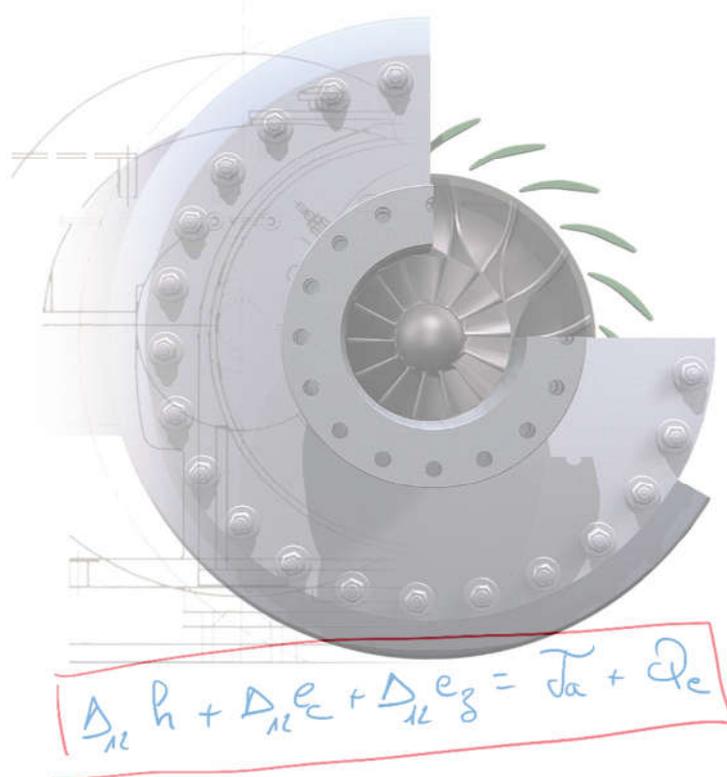


ÉNERGETIQUE AVANCÉ

Support de cours

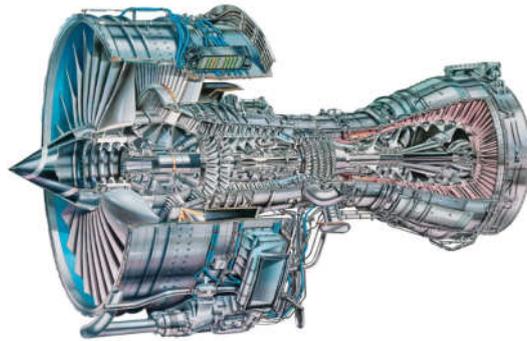


ÉNERGÉTIQUE AVANCÉ

1

PARTIE 1 : ENERGÉTIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES

Stéphane Chevalier



EQUIPE PÉDAGOGIQUE

2

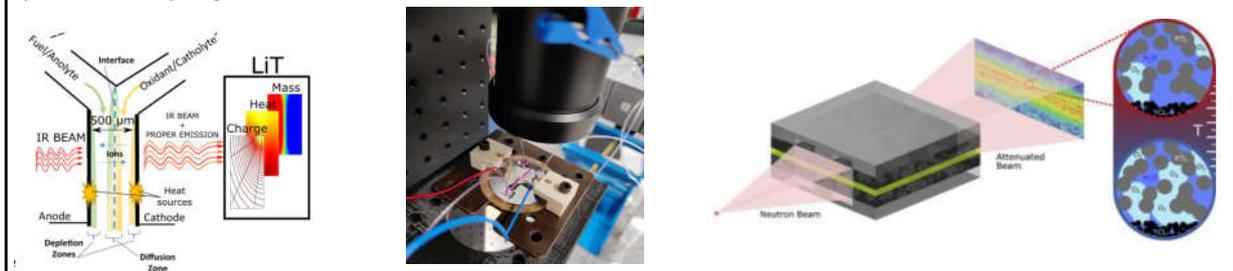


Stéphane Chevalier
Maitre de Conférences depuis 2018
Docteur de l'Université de Nantes – Thermique et Energétique

Parcours académique :
Ingénieur Polytech Nantes
Docteur à Nantes, puis Post-doctorat à l'Université de Toronto

Thématique de recherche :

Caractérisation et modélisation des transferts d'énergie dans les systèmes pile à combustible microfluidique (production d'hydrogène et/ou d'électricité)





Antonio Rodríguez de Castro
Maître de conférences depuis 2016
Docteur Arts et Métiers – Mécanique-Matériaux

Parcours académique :
Ingénieur Universidad de Valladolid et Arts et Métiers.
Docteurat à Arts et Métiers, puis Post-doctorat à l'Université de Manchester et au synchrotron national du Royaume-Uni.

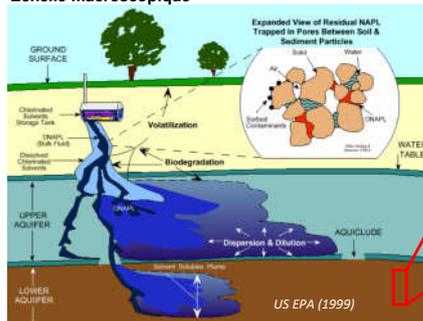
Thématiques de recherche

I) Écoulements de fluides complexes dans les milieux poreux, II) Dynamique des écoulements multiphasiques en milieu poreux, III) Transferts dans les milieux poreux évolutifs et IV) Techniques expérimentales innovantes de caractérisation des écoulements en milieux poreux.

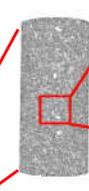
Applications : remédiation de sols pollués, hydrogéologie, écoulements souterrains, environnement, écoulements biologiques.

Objectif global : créer de nouvelles connaissances grâce à la recherche et au développement de nouveaux outils de mesure et de capacités prédictives.

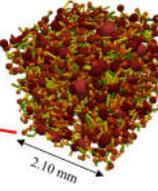
Échelle macroscopique



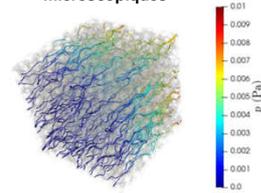
Échelle de l'échantillon



Modèle du réseau de pores



Prédiction des écoulements microscopiques



Validation expérimentale



EQUIPE PÉDAGOGIQUE (TPs)

4



Antonio Rodríguez de Castro
Antonio.RODRIGUEZDECASTRO@ensam.eu



Didier Egurreguy
didier.EGURREGUY@ensam.eu

UN COURS D'ÉNERGÉTIQUE, POURQUOI FAIRE ?

5

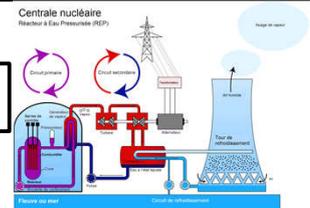
OBJECTIFS DU COURS D'ÉNERGÉTIQUE AVANCÉ

6



Objectifs macro

1. Proposer un design de machine répondant à un besoin industriel
2. Etablir un diagnostic énergétique d'une machine/installation



Objectifs Détaillés

Méthodologie de calcul

Dimensionner les éléments d'une machine
→ Calcul du travail fourni/reçu par les aubages de machine
→ Calcul des écoulements internes dans les machines



Calculer les transferts d'énergie dans la machine (interne) et dans le circuit (environnement externe)

Analyses des solutions techniques

Adaptation de la machine sur le réseau et dans son environnement

Calcul des limites de fonctionnement (cavitation, instabilités...)

ACQUIS D'APPRENTISSAGE VISÉS PAR LA PARTIE 1

7

A l'issue du cours, l'étudiant.e sera capable de :

1. **classifier** les différentes machines énergiques ;
2. **déterminer** le point de fonctionnement d'une machine sur un réseau ;
3. **d'évaluer** l'apparition de la cavitation dans les machines et les réseaux ;
4. **de concevoir** un prédimensionnement d'aubage de machine ;
5. **d'analyser** les transferts énergétiques au sein des machines et des réseaux.

→ Ce sont ces AAV qui seront évalués sur cette partie de cours

MANUEL DU COURS

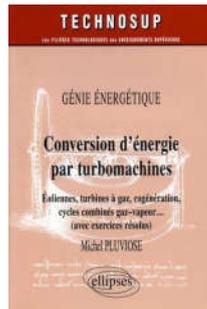
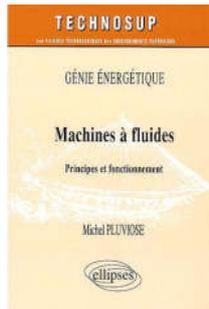
8

- Illustrations, équations importantes, notions fondamentales
→ Présent sur les slides
- Détails, démonstrations mathématiques, compléments et schémas de compréhension
→ à recopier au tableau !
- Compléments d'informations, exemples de machines ou de phénomènes physiques
→ souvent fait de façon orale, donc prendre des notes !
- Polycopié disponible sur Savoir
→ complément du cours !

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES DISPONIBLES À LA BU

9

- ➔ Michel Pluviose (incompressible et machines)
- ➔ Olivier Cleynen (thermodynamique)
- ➔ JL Battaglia (écoulement compressible)



ÉVALUATIONS & RÈGLES COLLECTIVES

10

Méthode

Contrôle continu (50 % de la note finale) :

Evaluation des 3 TPs (30 % de la note)

Evaluation de 2 ou 3 TDs : QCM individuel sur table (20 % de la note)

Examens (50 % de la note finale)

2 Devoirs sur table d'1 h (25% de la note chacun) : étude de cas type TD + questions de cours.

Absences & Retards:

- Prévenir l'enseignant de toute absence en avance si possible
- Appel systématique en TD
- Appel « surprise » en Amphi
- Retard de 15 min max. Au-delà l'entrée en classe n'est plus autorisée.

ENERGÉTIQUE AVANCÉ : PARTIE 1

11

- 5/6 h de cours sur l'énergétique des fluides incompressibles
 - Classification des machines, échange énergétique machine/réseau
 - 2h de ED 1 : adaptation d'une machine sur un réseau (Bernouilli)
 - Cinématiques des turbomachines (conception)
 - 3h ED 2 : dimensionnement d'un aubage (Euler), chaine énergétique des machines
 - Prise en compte des phénomènes de cavitation
 - 2h ED 3 : prédiction de la cavitation & diagramme énergétique

- 2 TPs sur les machines à fluide incompressible
 - Une turbine Kaplan
 - Une pompe centrifuge



PLAN DE LA PARTIE 1

12

I. Energétique des fluides incompressibles

1. Introduction
 2. Classification et dimensionnement des machines
 3. Equations de l'énergie/cinématique des vitesse
 4. Machines et réseaux
 5. Cinématiques des turbomachines
 6. Chaine énergétique des machines
 7. Similitudes des turbomachines
 8. Cavitation
- CM1
- CM2
- CM3

GÉNÉRALITÉS SUR LES MACHINES (UN APERÇU DE CE QUI NOUS ATTEND !)

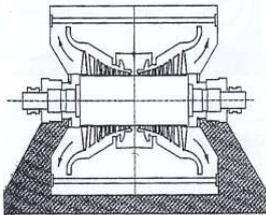
CLASSIFICATION DES MACHINES

Principales caractéristiques des machines :

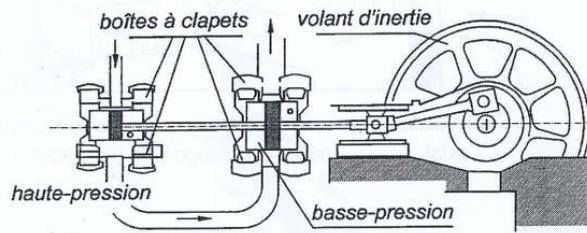
1. Sens du transfert de l'énergie (générateur vs. récepteur)
2. Sens de l'écoulement (axiale vs. centrifuge)
3. Compressibilité du fluide (compressible vs. incompressible)
4. Nature du système (ouvert vs. fermé)
5. Rendement

→ Classer les machines permet de mieux comprendre leur fonctionnement, de les modéliser, et de prévoir leur comportement

Machines réceptrices: $\begin{cases} e_c \\ p \end{cases} \rightarrow \mathcal{T}_m$



Turbine à vapeur

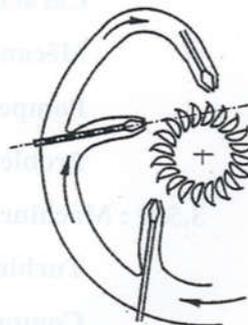


Machine à vapeur à clapets (Denis Papin 1690)

Machines réceptrices: $\begin{cases} e_c \\ p \end{cases} \rightarrow \mathcal{T}_m$



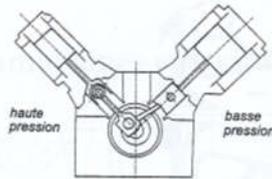
Eolienne



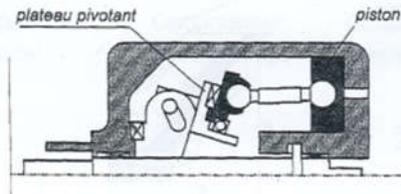
Turbine Pelton

Machines génératrices

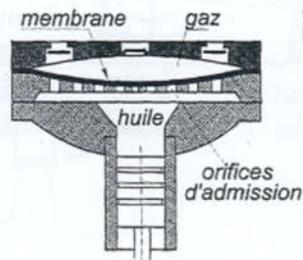
$$T_m \rightarrow \begin{cases} e_c \\ p \end{cases}$$



Compresseur à pistons



Compresseur à barillet



Compresseur à membrane

Turbomachines axiales / Turbomachines centrifuges :



Compresseur axial

Compresseur hélico-centrifuge

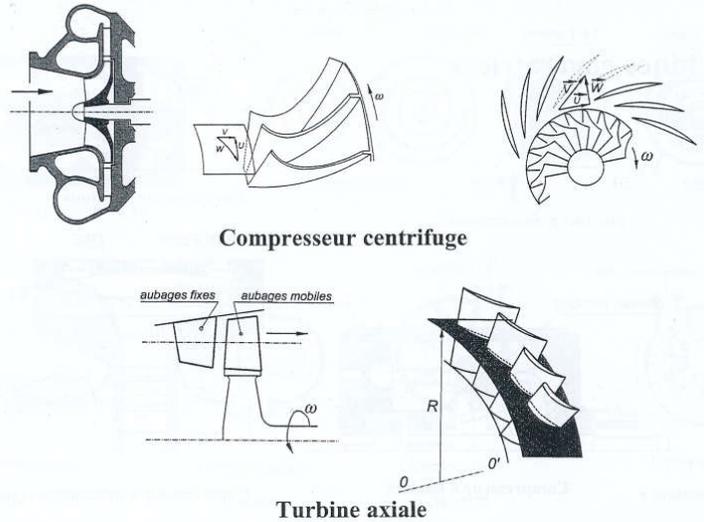
Compresseur centrifuge

Turbine centripète

Turbine axiale

SENS DE L'ÉCOULEMENT

19



→ Le sens de l'écoulement sera à considérer lorsque l'on étudiera la cinématique des machines

COMPRESSIBILITÉ DU FLUIDE

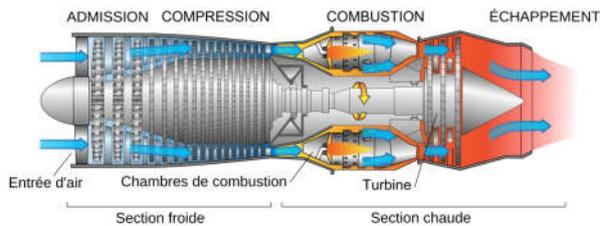
20

Critère de compressibilité : Nombre de Mach

$$Ma = \frac{V}{c}$$

V : vitesse de l'écoulement
 c : vitesse du son dans l'écoulement

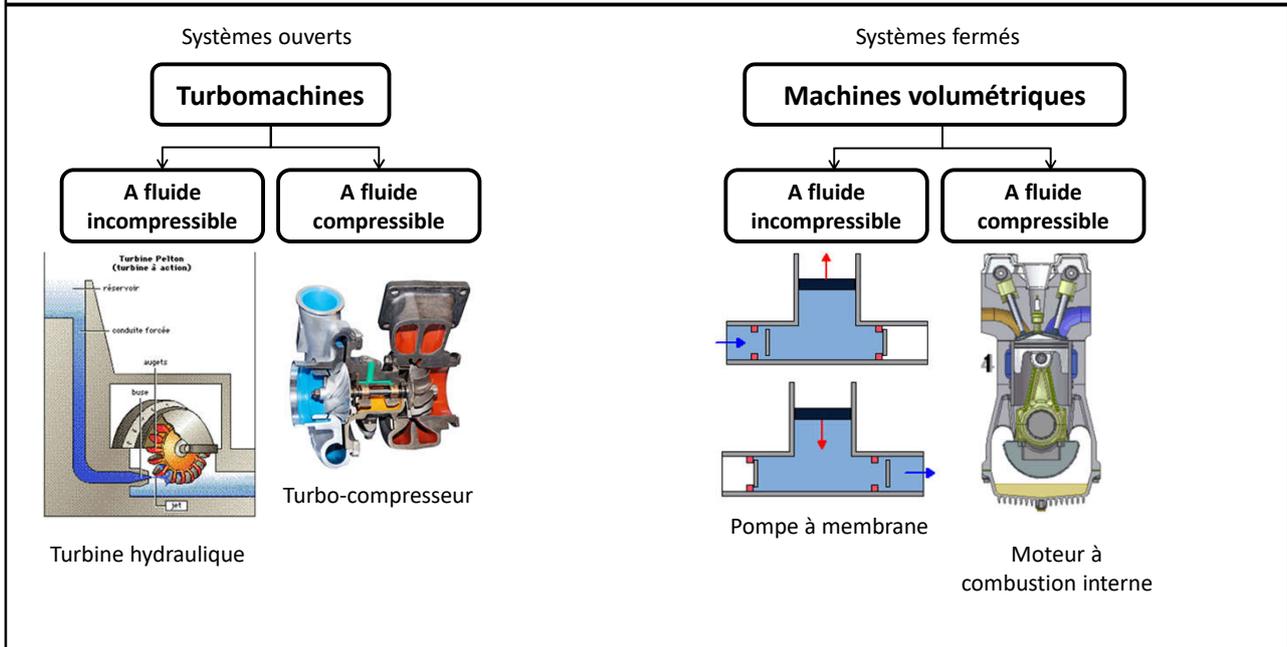
Si $Ma < 0,3$ alors on considérera le système incompressible.
 Si $Ma > 0,3$ alors on considérera le système compressible.



Turboréacteur, $Ma \gg 0,3$



Pompe centrifuge, $Ma \ll 0,3$



**EXEMPLE DE MACHINES À FLUIDES INCOMPRESSIBLES
 QUELQUES RÈGLES SIMPLES DE DIMENSIONNEMENT**

INSTALLATION ET MACHINES À FLUIDES INCOMPRESSIBLES

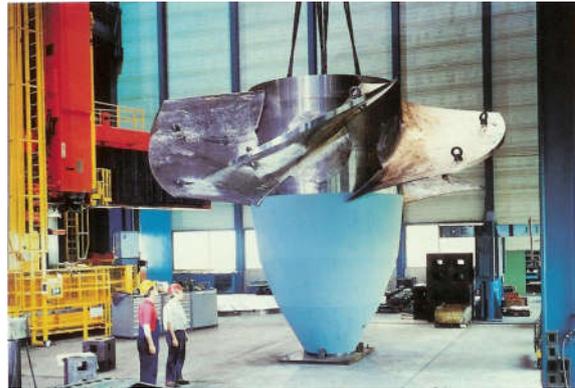
23

Centrale de Jebba sur le fleuve Niger (Nigeria)
Hauteur de chute 30 m, 6 turbines de 96 MW.

Stator (distributeur)



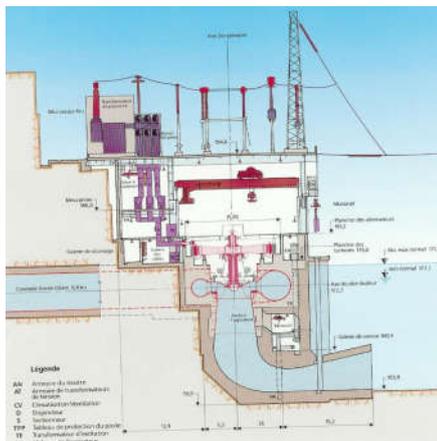
Rotor (Turbine à aubes fixes)



INSTALLATION ET MACHINES À FLUIDES INCOMPRESSIBLES

24

Centrale de la Grande 3, Québec, Canada
Hauteur de chute de 80 m, 12 turbines Francis de 195 MW

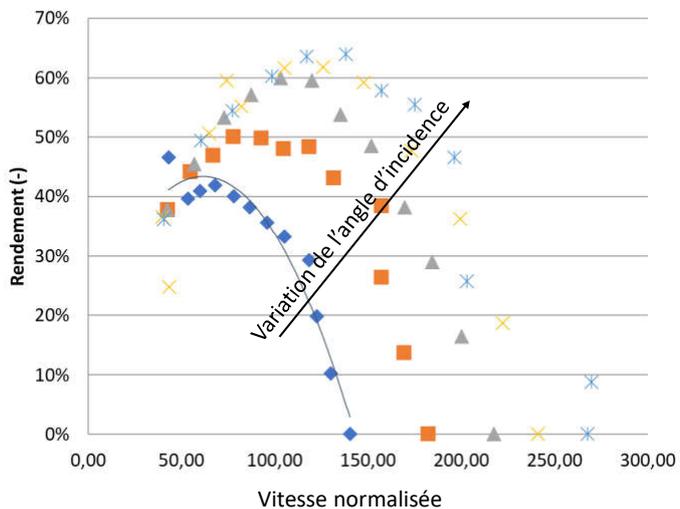


RENDEMENT DES MACHINES HYDRAULIQUES

25



Courbes rendements turbine Kaplan

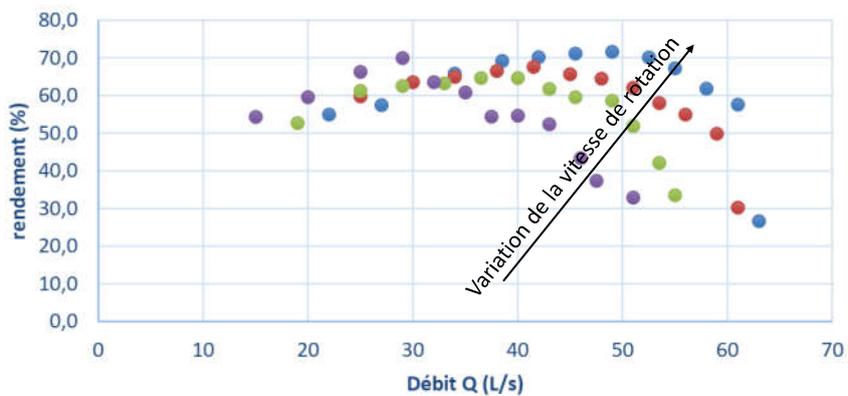


RENDEMENT DES MACHINES HYDRAULIQUES

26



$\eta=f(Q)$ pour différentes vitesses



CHOIX ET DIFFÉRENCES DES MACHINES HYDRAULIQUES

27

Principaux critères de choix:

1. Nature de la machine : génératrice ou réceptrice
2. Nature de l'installation : débit et hauteur manométrique
3. Vitesse de rotation possible (souvent dicté par la génératrice électrique)

Barrage de serre ponçon (montagne)



Barrage de la rance (estuaire)

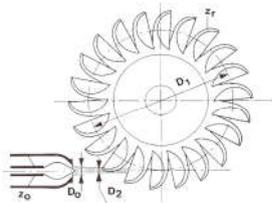


→ Utilise-t-on les mêmes machines ?

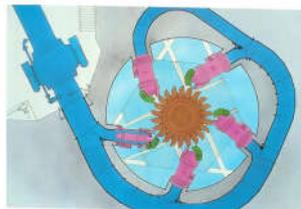
→ Le dimensionnement d'une machine ne se fait pas de zéro, mais est basé sur des technologies types !

PELTON : TURBINE À ACTION

28

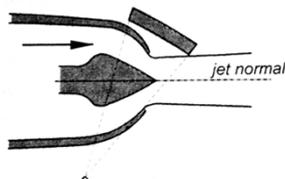


Turbine PELTON
Turbine à impulsion

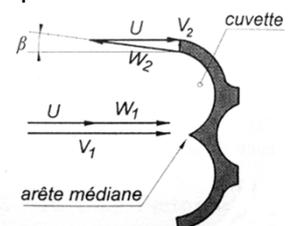


Injecteur : converti l'énergie piézométrique en énergie cinétique.

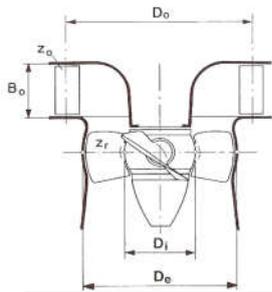
défecteur (position normale)



Auget : converti énergie cinétique en travail mécanique.

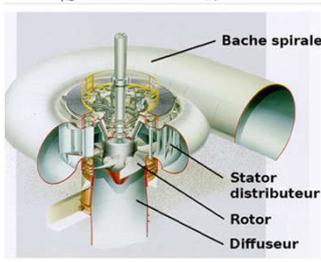


KAPLAN : TURBINE À RÉACTION



Turbine KAPLAN
Machine axiale

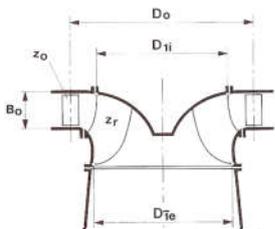
Rotor →



Stator →

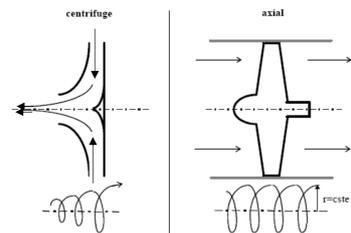


FRANCIS : TURBINE À RÉACTION

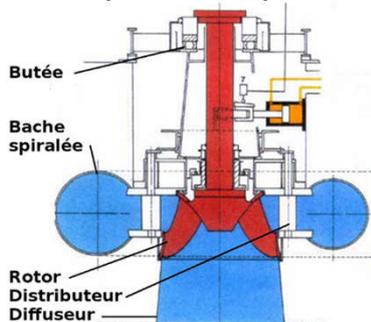


Turbine FRANCIS
Machine radiale

Radial vs. Axial



D'après cours CNAM « Aéronautique » Pierre Neveu



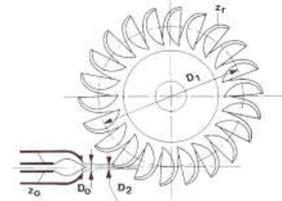
TURBINE À ACTION VS. TURBINE À RÉACTION

31

→ Tout est une question d'orientation des pâles !

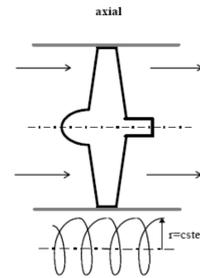
Turbine à action :

- Convertie l'énergie cinétique en énergie mécanique
- Pas de chute de pression dans la machine
- Exemple : la Pelton



Turbine à réaction :

- Convertie l'énergie piézométrique en énergie mécanique
- Chute de pression importante dans la machine
- Faible variation d'énergie cinétique
- Exemple : la Francis et la Kaplan



CHOIX TECHNOLOGIQUE

32

Cahier des charges d'une machine :

- H en m
 - q_v en m^3/s
 - N en tr/min
- } $\Omega_s \rightarrow$ Détermine la forme du rotor

$$\Omega_s = \frac{\omega \sqrt{q_v}}{(g \Delta z)^{3/4}}$$

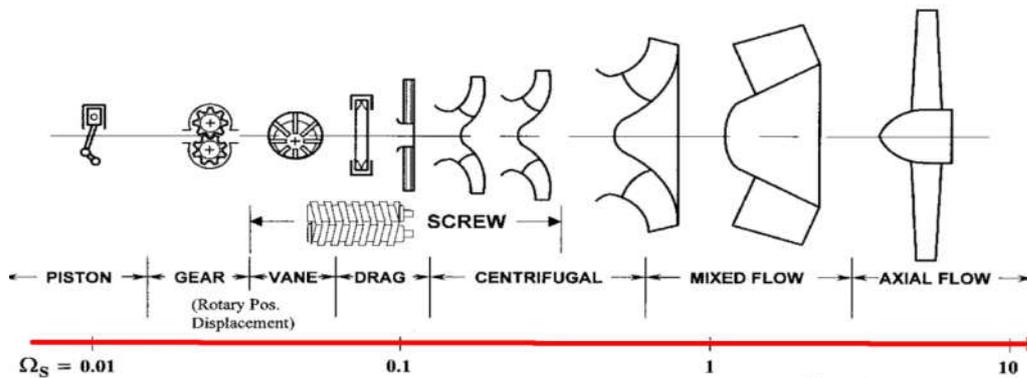


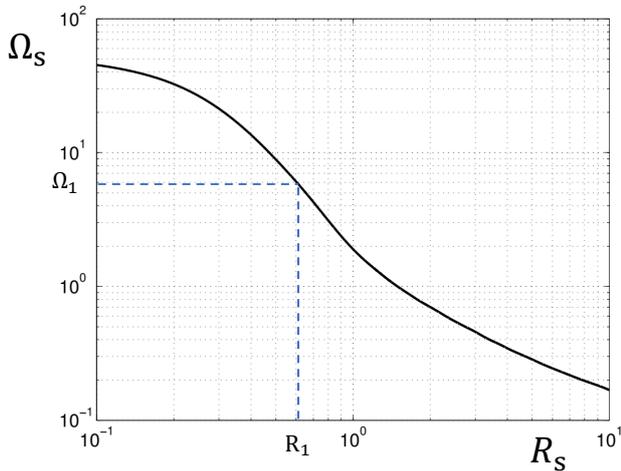
DIAGRAMME DE CORDIER

33

Otto Cordier a compilé au début des années 1950 un grand nombre de caractéristiques de turbomachines de compression et a tracé le lieu des rendements maxima dans le plan $\Omega - R_s$.

Encombrement de la machine

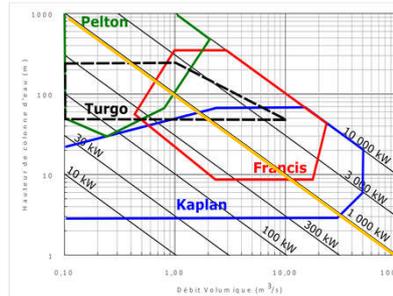
$$D_{machine} = \frac{2R_s\sqrt{q_v}}{(gH\Delta z)^{1/4}}$$



Le diagramme de Cordier est une courbe qui lie le diamètre spécifique à la vitesse spécifique pour une valeur optimum de rendement

TURBINES HYDRAULIQUES 1000 TR/MIN

34



On parcourt cette ligne ci



Turbine Kaplan

$$q_v = 5000 \text{ l/s}$$

$$\Delta z = 21 \text{ m}$$

$$\mathcal{P} = q_v \rho g \Delta z \sim$$

$$\Omega_s = \frac{\omega \sqrt{q_v}}{(g \Delta z)^{3/4}} \sim$$



Turbine Francis

$$q_v = 1400 \text{ l/s}$$

$$\Delta z = 75 \text{ m}$$

$$\mathcal{P} \sim$$

$$\Omega_s =$$



Turbine Pelton

$$q_v = 240 \text{ l/s}$$

$$\Delta z = 500 \text{ m}$$

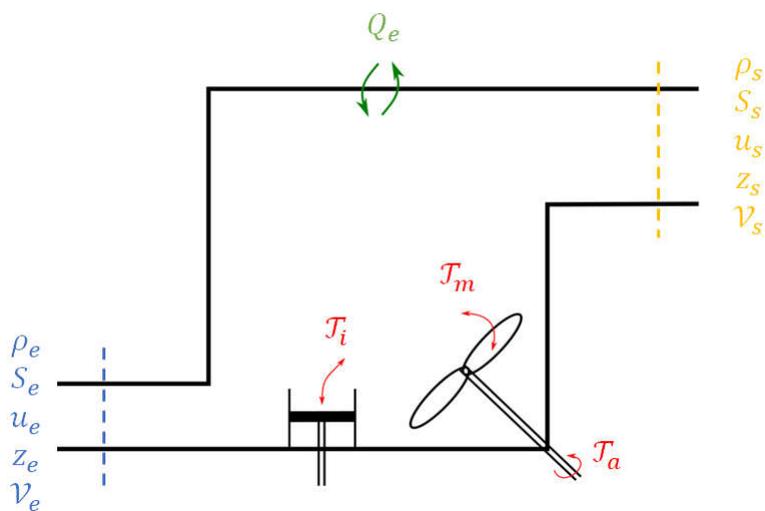
$$\mathcal{P} \sim$$

$$\Omega_s =$$

→ Ce n'est pas la puissance qui détermine le choix de la machine, mais les spécificités de l'installation

CONSERVATION DE L'ÉNERGIE (PREMIER PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE)

BILAN D'ÉNERGIE DANS UN SYSTÈME QUELCONQUE



BILAN D'ÉNERGIE DANS UN SYSTÈME QUELCONQUE

37

$$\Delta_{es}u + \Delta_{es}e_c + \Delta_{es}e_z = \mathcal{T} + \mathcal{Q}_e$$

$$\Delta_{es}h + \Delta_{es}e_c + \Delta_{es}e_z = \mathcal{T}_a + \mathcal{Q}_e$$

→ (aussi appelé bilan enthalpique) $\Delta_{es}h_0 = \mathcal{T}_a + \mathcal{Q}_e$

EQUATION DE BERNOULLI GÉNÉRALISÉE

38

Transfert d'énergie dans un circuit (du point de vue du fluide !)

$$\int_e^s \frac{dp}{\rho} + \Delta_{es}e_c + \Delta_{es}e_z = \mathcal{T}_m - \mathcal{T}_f$$

EQUATION DE BERNOULLI GÉNÉRALISÉE POUR LES FLUIDES INCOMPRESSIBLES 39

Hypothèse d'incompressibilité : $Ma < 0,3$

$$\Delta\rho/\rho \sim \frac{1}{2} Ma^2$$

$$\Delta_{es} e_p + \Delta_{es} e_c + \Delta_{es} e_z = \mathcal{T}_m - \mathcal{T}_f$$

$$\frac{1}{\rho} \Delta_{es} p + \frac{1}{2} \Delta_{es} v^2 + g \Delta_{es} z = \mathcal{T}_m - \mathcal{T}_f$$

DIAGRAMME ÉNERGÉTIQUE (ILLUSTRATION DE BG) 40

Exemple sur la variation d'énergie d'une chute d'eau

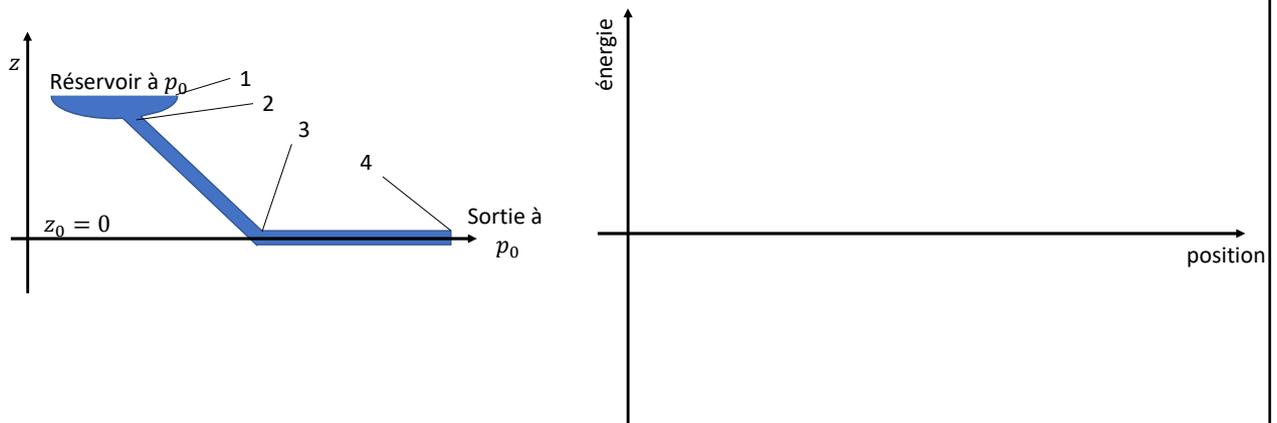
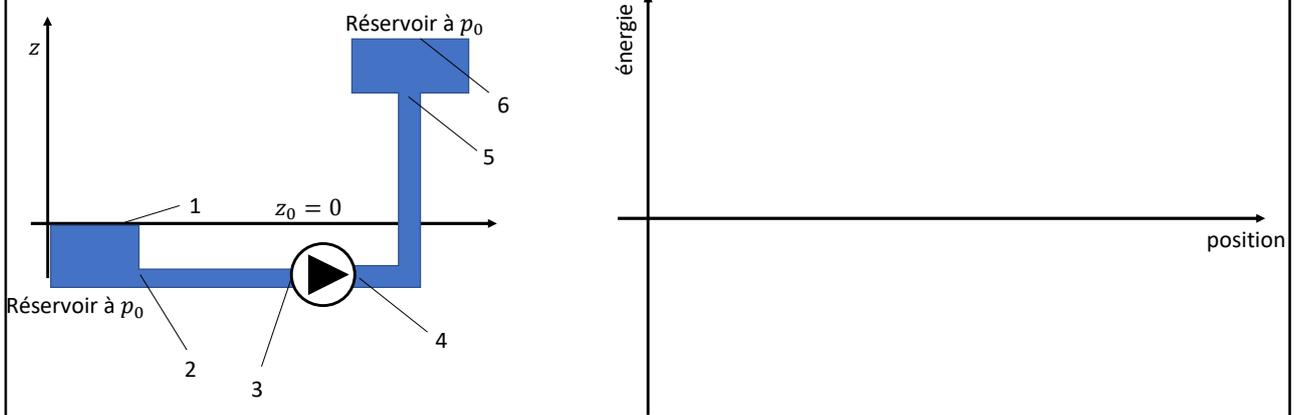


DIAGRAMME ÉNERGÉTIQUE (ILLUSTRATION DE BG)

41

Exemple sur la variation d'énergie d'une chute d'eau



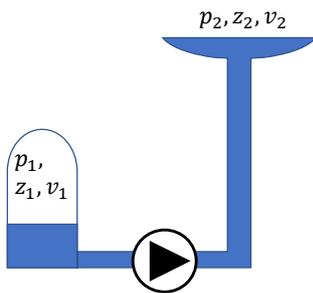
EQUIVALENCE DES UNITÉS

42

	énergie potentielle	énergie cinétique	énergie piézométrique
Puissance (W) : \mathcal{P}	$q_v \rho g \Delta z$	$q_m \rho \Delta(\mathcal{V}^2)$	$q_v \Delta p$
Pression (Pa) : Δp	$\rho g \Delta z$	$\rho \Delta(\mathcal{V}^2)$	Δp
Travail (J/kg) : \mathcal{T}_m	$g \Delta z$	$\Delta(\mathcal{V}^2)$	$\Delta p / \rho$
Hauteur de colonne d'eau (mCE) : H	Δz	$\Delta(\mathcal{V}^2) / g$	$\Delta p / \rho g$

ADAPTATION D'UNE MACHINE SUR UN CIRCUIT

BILAN D'ÉNERGIE DANS LE CIRCUIT



$$\frac{1}{\rho} \Delta_{es} p + \frac{1}{2} \Delta_{es} v^2 + g \Delta_{es} z = \mathcal{T}_m - \mathcal{T}_f$$

$$\frac{1}{\rho g} \Delta_{12} p + \frac{1}{2g} \Delta_{12} v^2 + \Delta_{12} z = H_m - H_f$$

H_f : terme de frottement associé aux pertes de charge

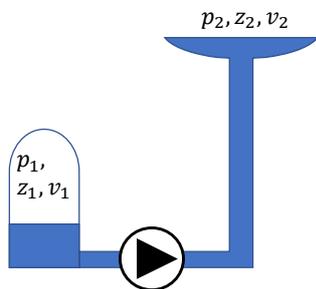
- Pertes de charge régulières :
- Pertes de charge singulières :

$H_m = \Delta_{12} H$ est l'énergie nécessaire (fournie par la machine) au circuit pour transporter le fluide du point 1 au point 2 :

$$\Delta_{12} H = \frac{\Delta_{12} p}{\rho g} + \Delta_{12} z + \frac{1}{2g} \Delta_{12} (v^2) + \sum_i \frac{1}{2g} v_i^2 \lambda_i \frac{L_i}{D_i} + \sum_j \frac{1}{2g} v_j^2 \xi_j$$

BILAN D'ÉNERGIE DANS LE CIRCUIT

45



$$\Delta_{12}H = \frac{\Delta_{12}p}{\rho g} + \Delta_{12}z + \frac{1}{2g} \Delta_{12}(v^2) + \sum_i \frac{1}{2g} v_i^2 \lambda_i \frac{L_i}{D_i} + \sum_j \frac{1}{2g} v_j^2 \xi_j$$

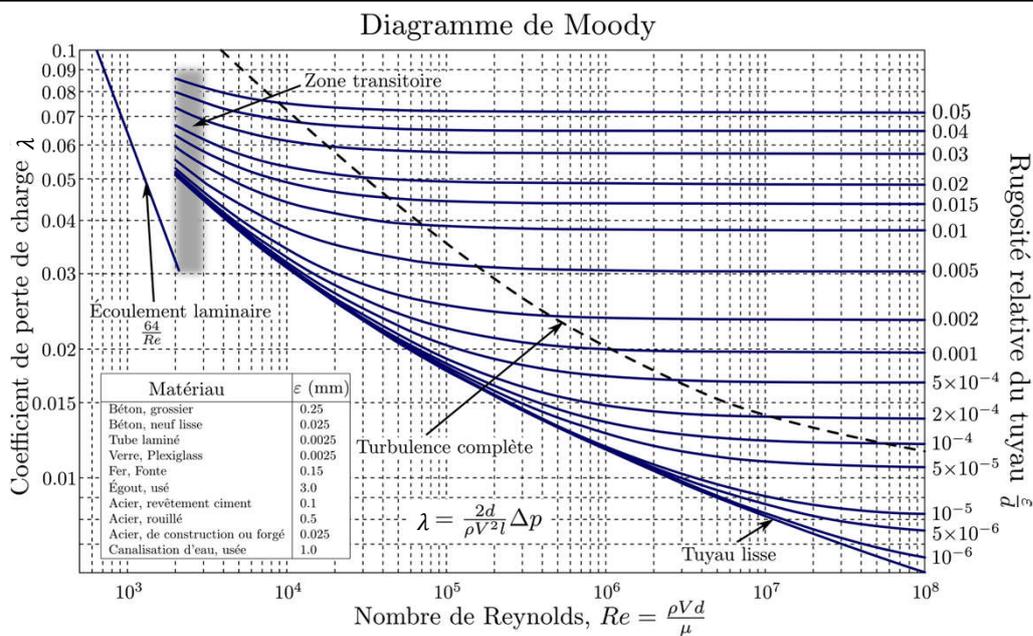
Remarque 1 : Le terme $\frac{p_2 - p_1}{\rho g} + (z_2 - z_1)$ est la pression statique, en général constant

Remarque 2 : Le terme $\Delta H_{pertes} = B_1 \cdot Q^2$ est la perte de charge, qui dépend du débit



PERTES DE CHARGE RÉGULIÈRES (RAPPELS)

46



PERTES DE CHARGE RÉGULIÈRES (RAPPELS)

47

Principales corrélations issues de la littérature

$$\Delta H_{pertes} = \frac{J_f}{g} = \lambda \frac{v^2 L}{2gD}$$

(λ est parfois noté Λ selon les auteurs)

Régime d'écoulement	Relation
Laminaire ($Re < 2\,000$)	<i>Poiseuille</i> $\Lambda = \frac{64}{Re}$
Turbulent $2\,000 < Re < 5 \cdot 10^5$	<i>Blasius</i> $\Lambda = 0,316 Re^{-0,25}$
Turbulent $Re > 5 \cdot 10^5$	<i>Karman</i> $\frac{1}{\sqrt{\Lambda}} = 2 \log_{10} \left(\frac{Re \sqrt{\Lambda}}{2,51} \right)$
Turbulent rugueux	<i>Karman-Prandtl</i> $\frac{1}{\sqrt{\Lambda}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,71} \right)$
Turbulent rugueux et semi-rugueux	<i>Colebrook</i> $\frac{1}{\sqrt{\Lambda}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,71} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\Lambda}} \right)$

Source : Mécanique de Fluides, S. Amiroudine & J.L. Battaglia

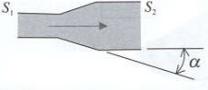
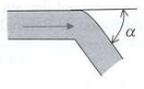
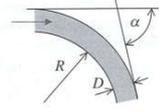
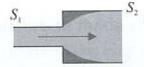
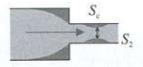
PERTES DE CHARGE SINGULIÈRES (RAPPELS)

48

Pertes de charges singulières pour quelques géométries simples (en m)

$$\Delta H_{pertes} = \frac{J_f}{g} = \xi \frac{v^2}{2g}$$

(ξ est parfois noté k selon les auteurs)

$K = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \sin^2 \alpha$ 	$K = \left(\frac{1}{\xi} - 1\right)^2 \sin^2 \alpha; \xi = \frac{S_1}{S_2}$ 
<p>Coude brusque</p> $K = \sin^2 \alpha + 2 \sin^4 \frac{\alpha}{2}$ 	<p>Coude progressif</p> $K = \frac{\pi}{\alpha} \left(0,131 + 1,847 \left(\frac{D}{R}\right)^{7/2}\right)$ 
<p>Élargissement brusque</p> $K = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2$ 	<p>Rétrécissement brusque</p> $K = \left(\frac{1}{\xi} - 1\right)^2; \xi = \frac{S_1}{S_2}$ 

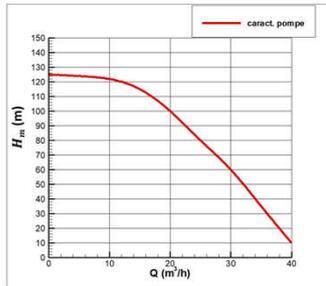
Source : Mécanique de Fluides, S. Amiroudine & J.L. Battaglia



DÉTERMINATION DU POINT DE FONCTIONNEMENT D'UNE MACHINE

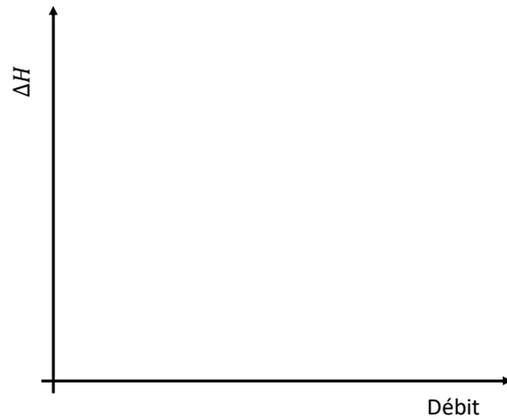
49

Courbe d'une machine (justification plus loin dans le cours)



L'intersection des courbes machine et réseau nous donne le point de fonctionnement.

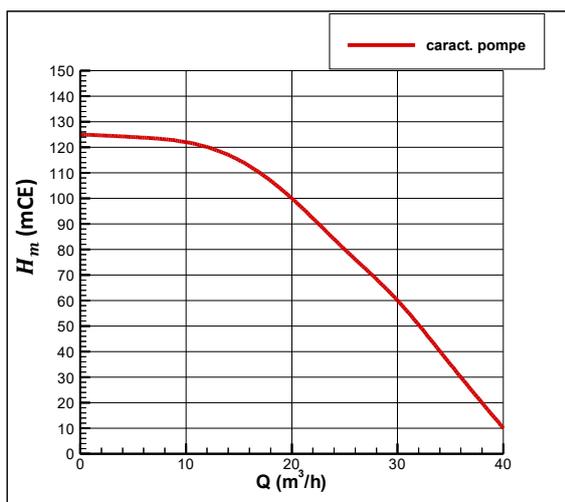
Courbe du réseau



POINT DE FONCTIONNEMENT D'UNE MACHINE

50

Énergie souvent exprimée en mètre de colonne d'eau (mCE) pour les pompes



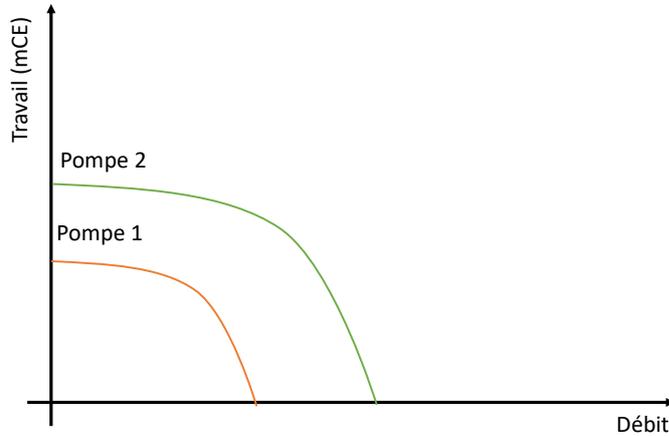
Courbe caractéristique du circuit :

$$\Delta H_{\text{circuit}} \propto A_1 + B_1 Q^2$$

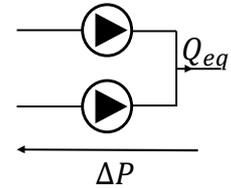
→ Que se passe-t-il lorsqu'on ferme une vanne ?

MONTAGE DE POMPES EN PARALLÈLE

51



Propriétés du montage en parallèle

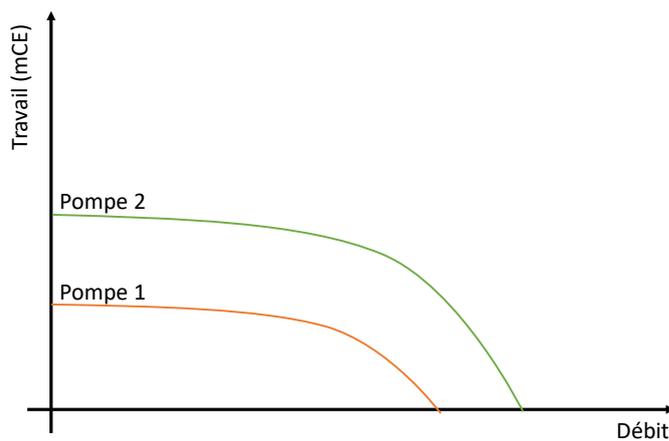


$$\Delta P = \rho g H_1 = \rho g H_2$$

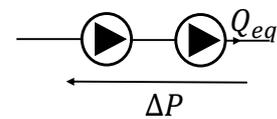
$$Q_{eq} = Q_1 + Q_2$$

MONTAGE DE POMPES EN SÉRIE

52



Propriétés du montage en série



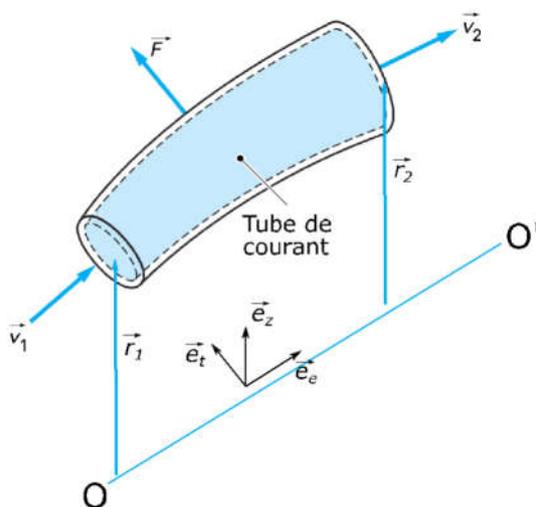
$$\Delta P = \rho g H_1 + \rho g H_2$$

$$Q_{eq} = Q_1 = Q_2$$

RAPPEL SUR LA CINÉMATIQUE DES VITESSES

FLUIDE AU SEIN D'UN TUBE DE COURANT

/!\ Dans tout le cours la vitesse sera considérée comme un **vecteur en deux dimensions**



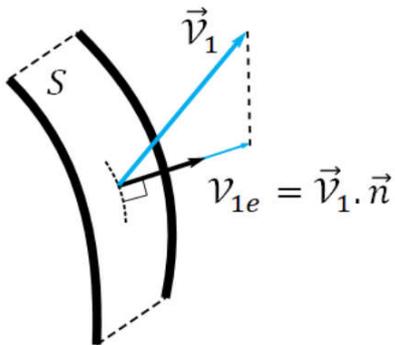
Vitesse en entrée du tube :

$$\vec{v}_1 \{$$

Vitesse en sortie du tube :

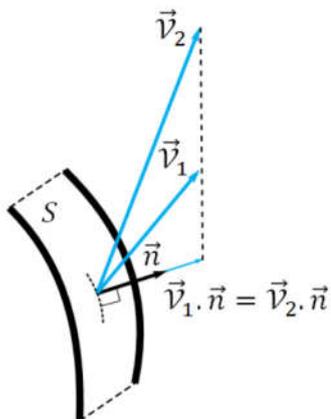
$$\vec{v}_2 \{$$

Direction tangentielle : \vec{e}_t
 Direction de l'écoulement : \vec{e}_e



Le débit d'un fluide à la vitesse \vec{v}_1 traversant une surface S s'écrit :

$$q_m = \rho S v_{1e} = \rho S \vec{v}_1 \cdot \vec{n} = \rho S \vec{v}_1 \cdot \vec{e}_e$$



L'énergie cinétique d'un fluide à la vitesse \vec{v}_1 traversant une surface S s'écrit :

$$e_c = \frac{1}{2} \|\vec{v}_1\|^2 = \frac{1}{2} (v_{1e}^2 + v_{1t}^2)$$

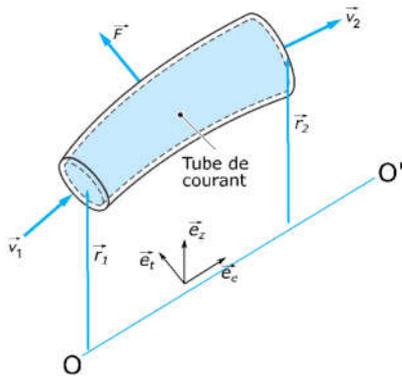
Pour simplifier l'écriture, on l'écrira plus simplement comme :

$$e_c = \frac{1}{2} v_1^2$$

Comment peut-on augmenter l'énergie cinétique d'un fluide tout en conservant le débit ?

L'application du principe fondamental de la dynamique sur un tube de

courant conduit à : $\sum \vec{F}_{ext} = q_m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$



Le couple transversal généré sur l'axe OO' est alors :

$$\vec{C} = \vec{r} \wedge \vec{F} = q_m(r_2 v_{2t} - r_1 v_{1t}) \vec{e}_z$$

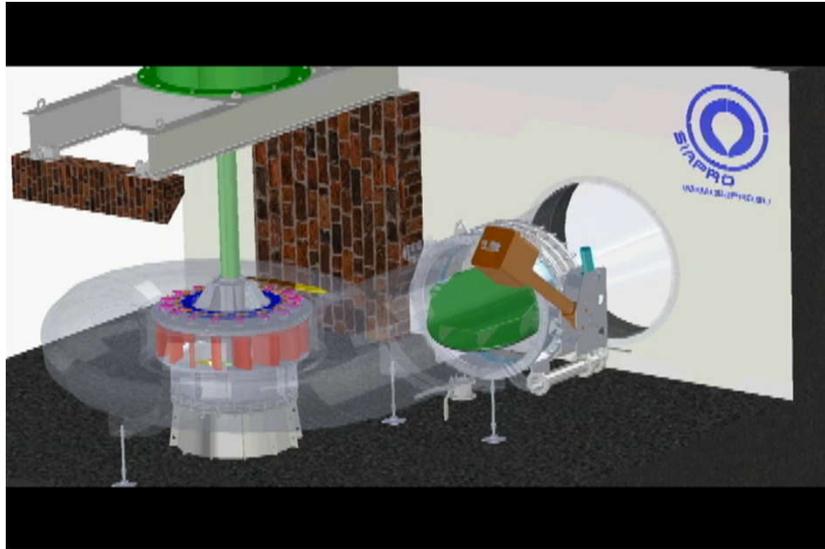
→ La composante tangentielle de la vitesse est liée au travail !

CINÉMATIQUE DES ÉCOULEMENTS INTERNES

D'UNE MACHINE RÉELLE 3D AU 2D....

59

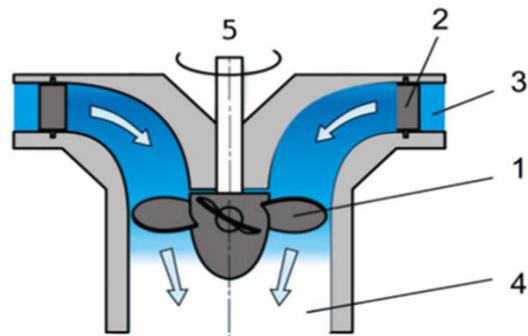
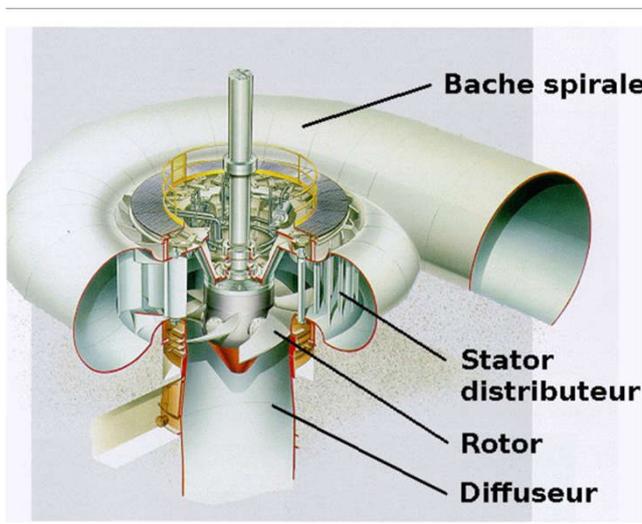
Etude d'une turbine Kaplan (axiale)



D'UNE MACHINE RÉELLE 3D AU 2D....

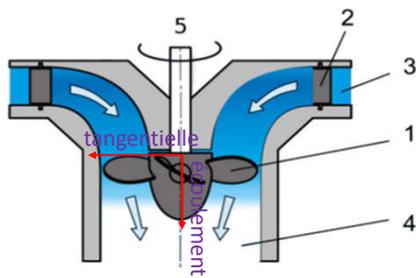
60

Etude d'une turbine Kaplan (axiale)

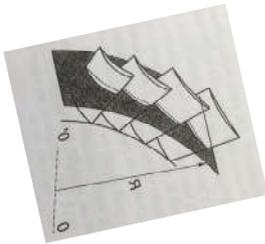


À UNE GRILLE D'AUBAGE 1D

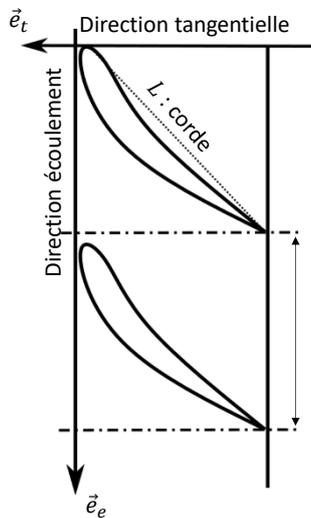
61



Découpage du profil d'aube



Grille d'aubage 1D

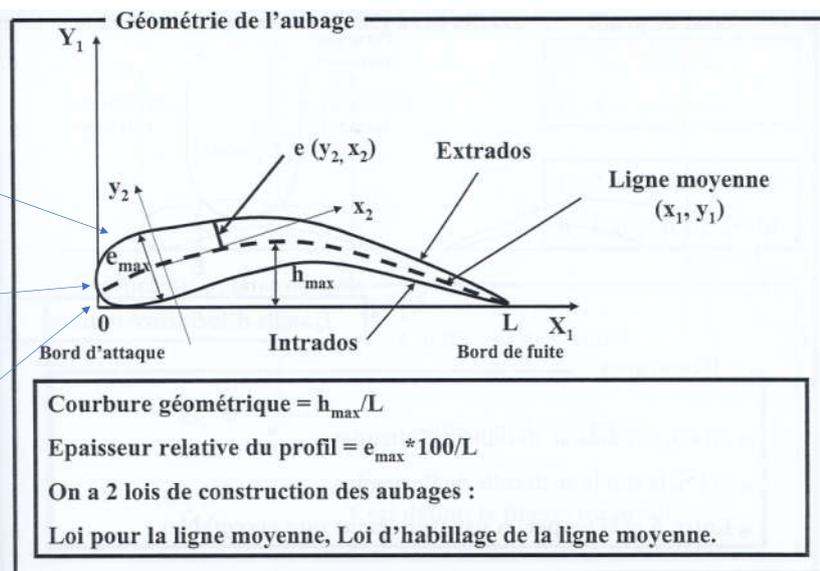
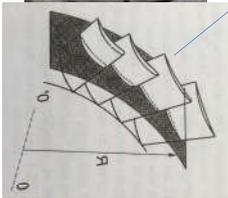
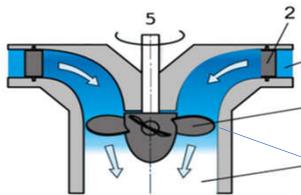


Vitesse du rotor ?
Vitesse du fluide ?

t : pas du profil

DÉFINITION D'UN AUBAGE

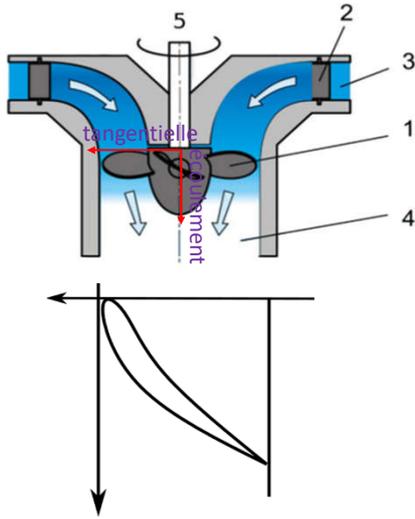
62



→ Toute la cinématique des écoulements se fera le long de la ligne moyenne

LOI DE COMPOSITION DES VITESSES

63



$$\vec{v}_{Fluide/R_0} = \vec{v}_{Aube/R_0} + \vec{v}_{Fluide/Aube}$$

Dans notre cas :

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{w}$$

\vec{v} :

\vec{u} :

\vec{w} :

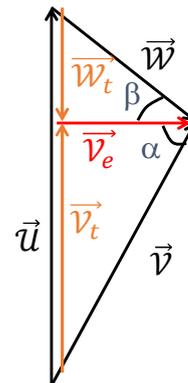
TRIANGLE DES VITESSES

64

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{w}$$

α : angle de l'écoulement dans le repère absolu

β : angle de l'écoulement dans le repère relatif

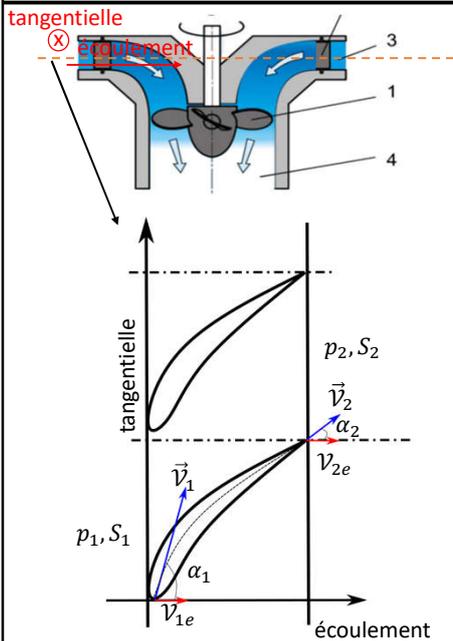


→ Le triangle des vitesses permet d'obtenir une relation géométrique entre la cinématique et la géométrie (angles) de l'aubage



BILAN D'ÉNERGIE DANS LE STATOR (1/2)

65



Stator = **organe fixe** donc pas de vitesse d'entraînement \vec{u}
 → Le triangle des vitesses se réduit au seul vecteur \vec{v}

Vitesse d'attaque : $\vec{v}_1 \begin{cases} v_{1e} : \text{Composante selon l'écoulement} \\ v_{1t} : \text{Composante tangentielle} \end{cases}$

Vitesse de fuite : $\vec{v}_2 \begin{cases} v_{2e} \\ v_{2t} \end{cases}$

Conservation de la masse : $q_m = cte$

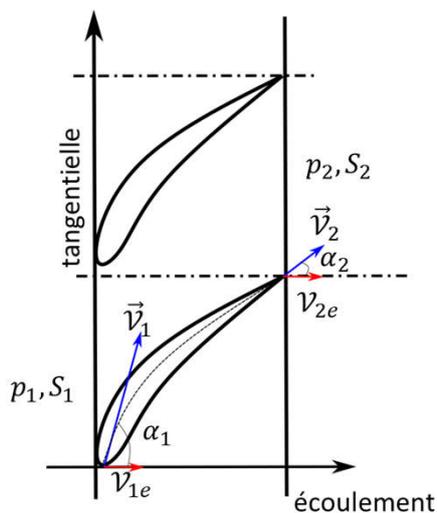
Rappel : Définition du débit $q_m = \rho S \vec{v} \cdot \vec{n} = \rho S v_e$

$$\rightarrow S_1 v_{1e} = S_2 v_{2e}$$

/!\ Uniquement pour les machines à fluide incompressible

BILAN D'ÉNERGIE DANS LE STATOR (2/2)

66



Hypothèses

- Le fluide est parfait (pas d'effet de la viscosité)
- L'écoulement est permanent $\partial/\partial t = 0$
- La masse volumique ne dépend que de la pression ou bien, ρ est constant
- Nombre d'aube infini

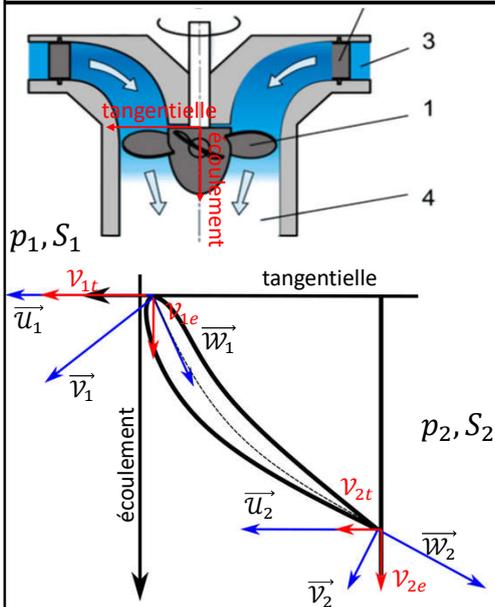
Bernoulli entre 1 et 2 :

$$\frac{\Delta_{12} p}{\rho} = -\frac{1}{2} \Delta_{12} (v^2)$$

Nomenclature : $v^2 = \|\vec{v}\|^2 = v_e^2 + v_t^2$

BILAN D'ÉNERGIE DANS LE ROTOR (1/2)

67

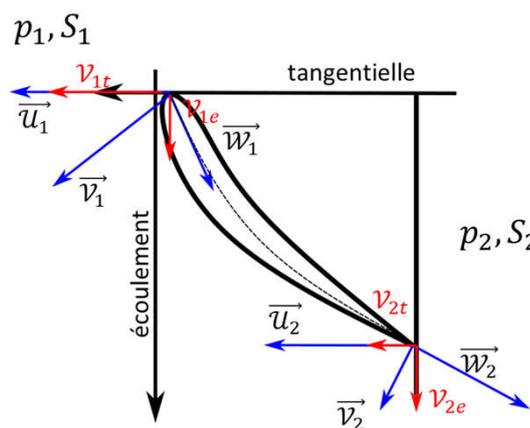


Bernoulli entre 1 et 2 dans le repère de l'aube

$$\frac{\Delta_{12}p}{\rho} + \frac{1}{2} \Delta_{12}(w^2) = \frac{1}{2} \Delta_{12}(u^2)$$

BILAN D'ÉNERGIE DANS LE ROTOR (2/2)

68



Bernoulli entre 1 et 2 dans le repère fixe

$$\mathcal{T}_a = \frac{1}{\rho} \Delta_{12}p + \frac{1}{2} \Delta_{12}(v^2)$$

↓ Eq. issue du repère de l'aube

$$\mathcal{T}_a = -\frac{1}{2} \Delta_{12}(w^2) + \frac{1}{2} \Delta_{12}(u^2) + \frac{1}{2} \Delta_{12}(v^2)$$

↓ Relation du triangle des vitesses

$$\mathcal{T}_a = -\frac{1}{2} \Delta_{12}(u^2) - \frac{1}{2} \Delta_{12}(v^2) + \Delta_{12}(\vec{u} \cdot \vec{v}) + \frac{1}{2} \Delta_{12}(u^2) + \frac{1}{2} \Delta_{12}(v^2)$$

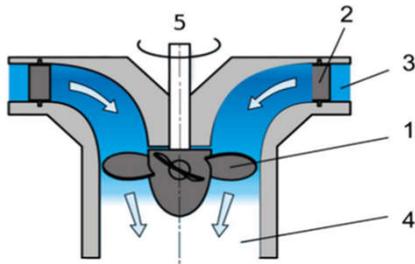
Théorème d'Euler : $\mathcal{T}_{Euler} = u_2 v_{2t} - u_1 v_{1t}$

Rappel, dans un triangle il est possible d'écrire :

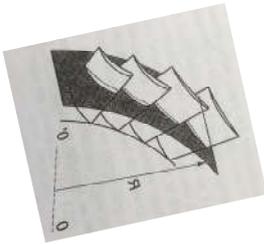
$$w^2 = v^2 + u^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v}$$

INTERPRÉTATION DU THÉORÈME D'EULER

69



Découpage du profil d'aube



$$T_{Euler} = u_2 v_{2t} - u_1 v_{1t}$$

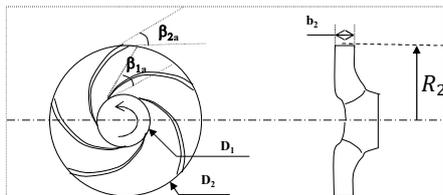
Que faut-il faire pour générer ou récupérer un travail sur un aube ?



COURBE DE FONCTIONNEMENT THÉORIQUE D'UNE MACHINE GÉNÉRATRICE

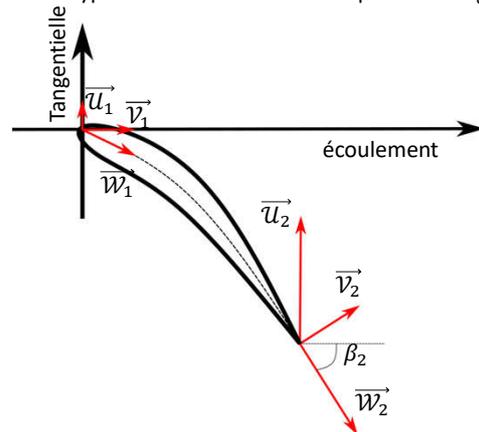
70

Démonstration avec une pompe centrifuge



Dans les machines radiales : $S_2 = 2\pi R_2 b_2$

Hypothèse de vitesse d'entrée parallèle à \vec{e}_e (normale)



$$H_{Euler} = \frac{u_2 v_{2t}}{g}$$

$$q_v = cte = S_1 v_{1e} = S_2 v_{2e}$$

COURBE DE FONCTIONNEMENT THÉORIQUE D'UNE MACHINE GÉNÉRATRICE

71

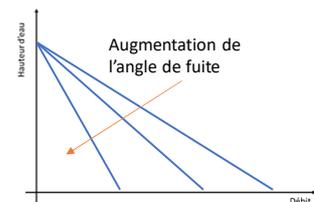
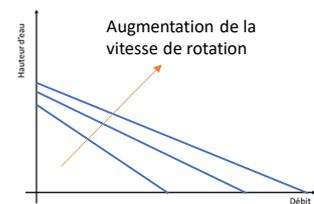
Cette courbe est appelée **Droite d'Euler** pour une pompe

Ce sont les **caractéristiques géométriques** des aubages qui détermine la courbe de fonctionnement de la machine :

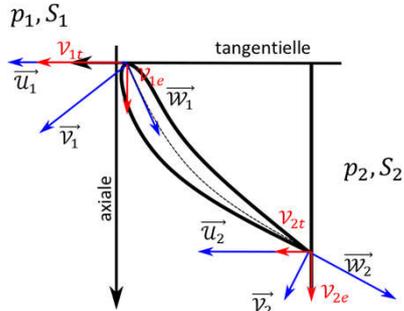
$$H_{Euler} = \frac{u_2^2}{g} \left(1 - \frac{q_v}{2\pi R_2 b_2 u_2} \tan \beta_2 \right)$$

COURBES THÉORIQUES GÉNÉRATRICE

72

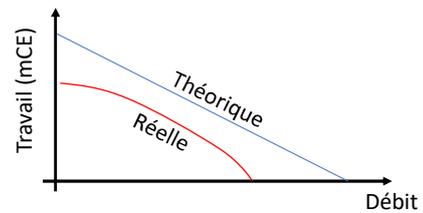


Composante des vitesses sur un aubage

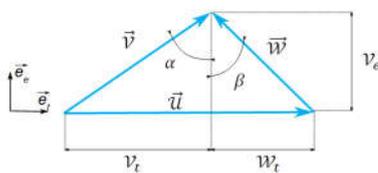


La droite d'Euler pour les machines génératrices

$$H_{Euler} = \frac{u_2^2}{g} \left(1 - \frac{q_v}{2\pi R_2 b_2 u_2} \tan \beta_2 \right)$$



Triangle des vitesses :

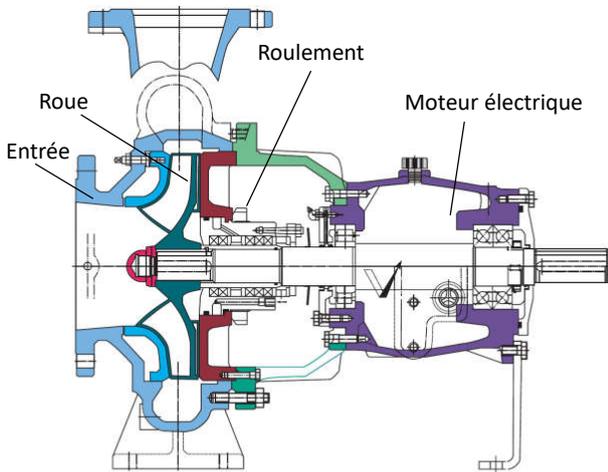


Le théorème d'Euler et conservation de la masse

$$\mathcal{T}_{Euler} = u_2 v_{2t} - u_1 v_{1t}$$

$$S_1 v_{1e} = S_2 v_{2e}$$

CHAINES ÉNERGÉTIQUES DES MACHINES : RENDEMENTS



Pour la partie mécanique, les pertes d'énergie se situent :

1. Frottements mécaniques dans les roulements
2. Frottements visqueux du fluide sur les organes de la machine
3. Débit de fuite dans le rotor

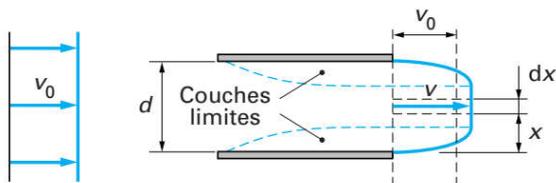
Pour la partie électrique :

1. Pertes dans les aimants
2. Résistance électrique

Figure 1 - Pompe centrifuge monocellulaire. Visualisez l'axe de rotation, la bride d'aspiration (à gauche), la roue, la volute et la bride de refoulement (sur le dessus). Cela vous aidera à mieux "voir" le tracé hydraulique en vue méridienne

PERTES PAR FROTTEMENT VISQUEUX

Frottement régulier sur les parois



$0,72 < \eta_h < 0,93$

← Petites tailles, Hautes pressions, ω élevé

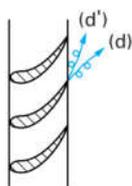
→ Grandes tailles, Faibles pressions, ω réduit

On définit le rendement hydraulique (pour une pompe) tel que :

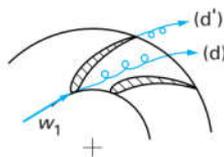
$$\eta_h = \frac{\mathcal{P}_h}{\mathcal{P}_b}$$

η_h est maximum au débit d'adaptation

Pertes singulières de désadaptation



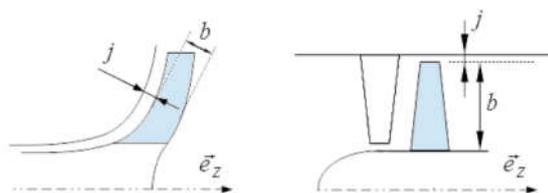
(c) par épaisseur du bord de fuite



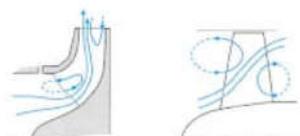
(d) en régime varié dans un canal sous forte incidence

PERTES PAR DÉBIT DE FUITES

77



Définition des jeux de fuite



Recirculations dans des pompes

$$\eta_v = \frac{q_v}{q_f + q_v} \quad \begin{array}{l} q_f \text{ int\egre les recirculations} \\ + \text{ les fuites vers l'ext\erieur} \end{array}$$

$0,85 < \eta_v < 0,98$ @ η_g maximal

← Petites tailles Petits d\ebits Grandes tailles Grands d\ebits →

Si $q_v = 0$ alors $\eta_v = 0$

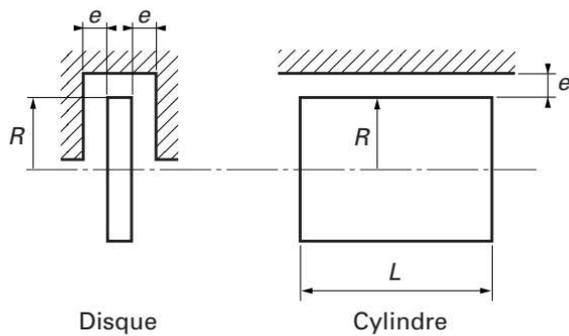
Si $H = 0$ alors $\eta_v = 1$

→ η_v d\ebpend du point de fonctionnement

Figures : Techniques de l'ing\enieur

PERTES M\ECANQUES

78



Disque

Cylindre

On d\efinit le rendement m\ecanique (pour une pompe) tel que :

$$\eta_m = \frac{P_u}{P_m}$$

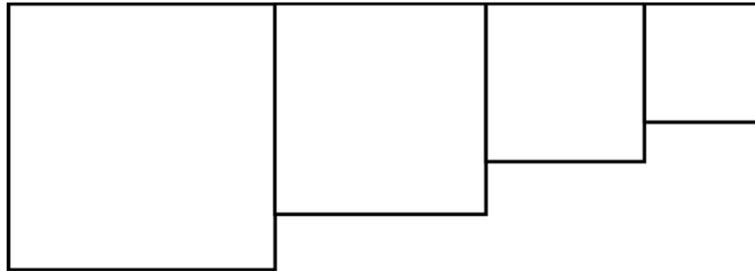
$0,90 < \eta_m < 0,97$

← ω r\eduit "Grosse" machine $P > 100\text{kW}$ →

PERTES D'ÉNERGIE DANS LES POMPES (MACHINES GÉNÉRATRICES)

79

Le rendement d'une machine est défini tel que : $\eta_g = \frac{\mathcal{P}_h}{\mathcal{P}_m} = \prod_i \eta_i = \eta_m \eta_h \eta_v$



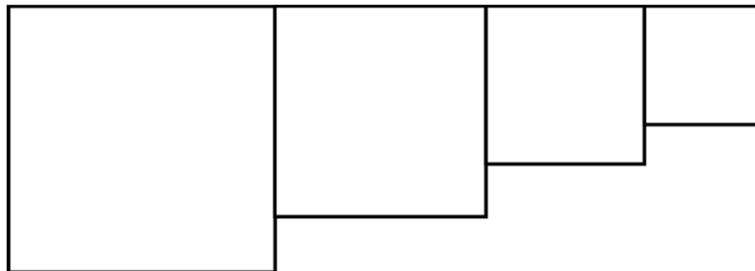
$$\begin{aligned} \mathcal{P}_h &= \rho g q_v H_m & \mathcal{P}_u &= \rho g (q_v + q_f) H_{Euler} \\ \mathcal{P}_b &= \rho g q_v H_{Euler} & \mathcal{P}_m &= C\omega \end{aligned}$$

H_m : Hauteur donnée sur les courbes machines

PERTES D'ÉNERGIE DANS LES MACHINES RÉCEPTRICES

80

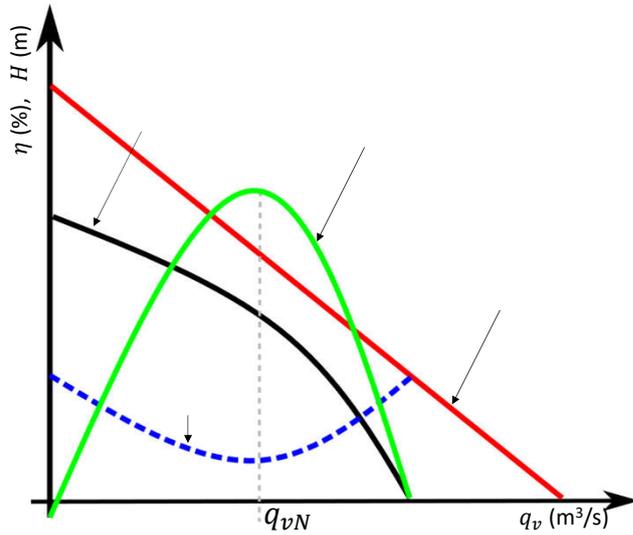
Le rendement d'une machine est défini tel que : $\eta_g = \frac{\mathcal{P}_m}{\mathcal{P}_h} = \prod_i \eta_i = \eta_m \eta_h \eta_v$



$$\begin{aligned} \mathcal{P}_h &= \rho g (q_v + q_f) H_{Euler} & \mathcal{P}_u &= \rho g q_v H_b \\ \mathcal{P}_b &= \rho g (q_v + q_f) H_b & \mathcal{P}_m &= C\omega \end{aligned}$$

COURBE RÉELLE DES MACHINES GÉNÉRATRICES

81



Courbe réelle génératrice = Droite d'Euler – pertes

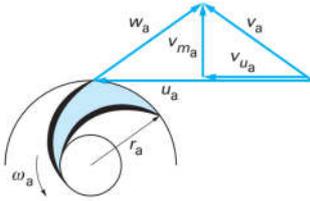
Une machine présente le meilleur rendement à son débit nominal où les pertes énergétiques sont les plus faibles

82

SIMILITUDES DES TURBOMACHINES

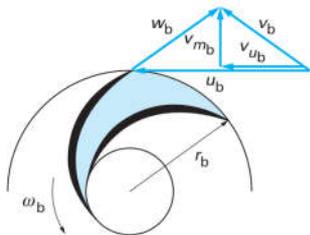
DÉFINITION

83



Quelque soit la taille et le point de fonctionnement de la machine (vitesse de rotation, débit, travail échangé), deux machines sont en similitude lorsque :

- Leur triangle des vitesses est identique
- Elles fonctionnent au même rendement



Intérêt des similitudes ?

- Comparer des machines entre elles
- Fabriquer des prototypes à échelle réduite
- Prédire des points de fonctionnement à différentes vitesses de rotation

COEFFICIENTS DE RATEAU

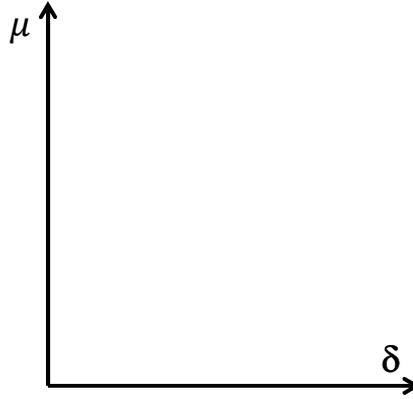
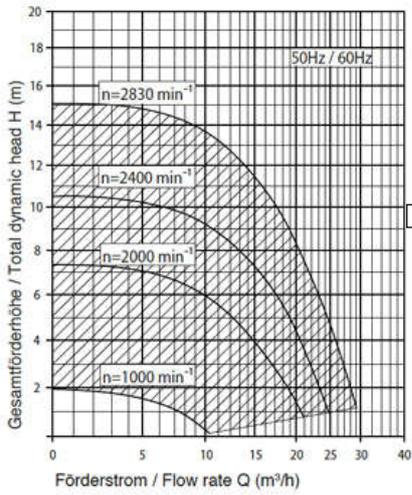
84

→ Une étude des grandeurs physique régissant le fonctionnement des turbomachines (avec le théorème de Vachy-Buckingham) permet de définir les nombres adimensionnels suivants :

- Le pouvoir manométrique : μ
- Le coefficient de débit : δ
- L'invariant de puissance : τ
- Le nombre de Reynolds : Re

EXEMPLE : COURBE MACHINE ADIMENSIONNELLE

85



En représentation dimensionnée, plusieurs courbes caractéristiques (q_v , Δp) aux différentes vitesses de rotation
 En représentation adimensionnée : une seule courbe caractéristique (δ , μ)

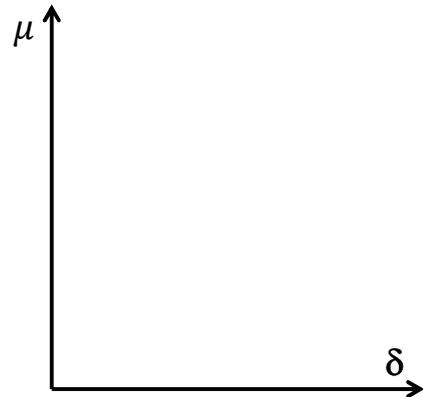
A NOTER : ON RETROUVE LA COURBE D'EULER EN SIMILITUDE

86

$$T_{Euler} = u_2^2 \left(1 - \frac{q_v}{2\pi R_2 b_2 u_2} \tan \beta_2 \right)$$



$$\boxed{\frac{T_{Euler}}{u_2^2} = 1 - \frac{q_v}{R_2^2 u_2} \times \frac{R_2 \tan \beta_2}{2\pi b_2}}$$



EXERCICE D'APPLICATION

87

Une turbine hydraulique est requise pour un site qui a une charge nette $H_1 = 16,5$ m. Elle devra produire $\mathcal{P}_1 = 27$ MW à $N_1 = 93,7$ tr/min. On construit un modèle réduit qui devra produire $\mathcal{P}_2 = 37,5$ kW sous la charge $H_2 = 4,9$ m.

1. Calculer la vitesse de rotation du modèle réduit ainsi que le rapport d'échelle pour une similitude dynamique.
2. En supposant un rendement global de 88% pour le modèle réduit, estimer le débit volumique q_{v2} qui y circule.
3. Calculer le débit q_{v1} .

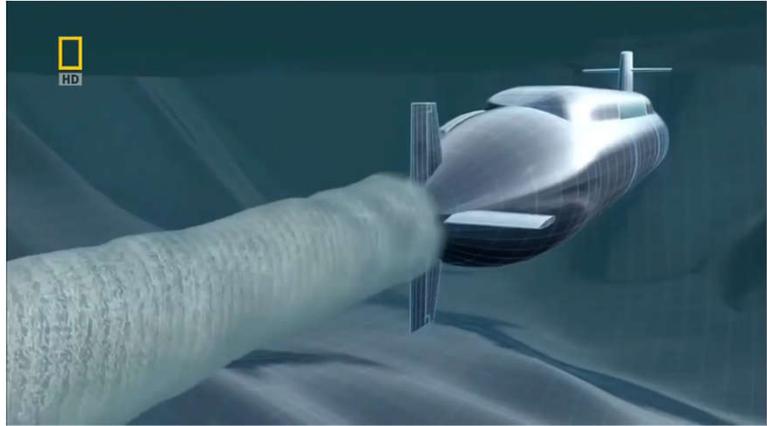
88

CAVITATION DANS LES MACHINES ET RÉSEAUX

EXEMPLE DE CAVITATION

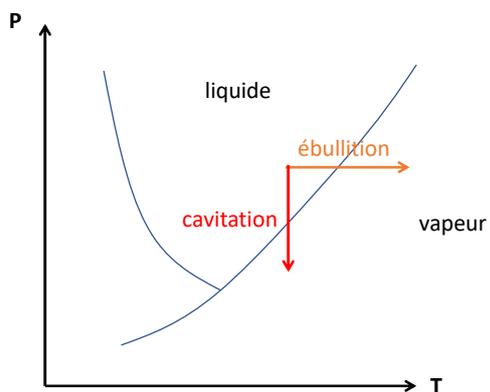
89

- Cavitation



QU'EST-CE QUE LA CAVITATION ?

90



Cavitation : Transformation d'un liquide en vapeur sous l'effet d'une baisse de pression.

→ Phénomène pouvant se produire dans les turbomachines à cause, en particulier, des grandes vitesses d'écoulement.

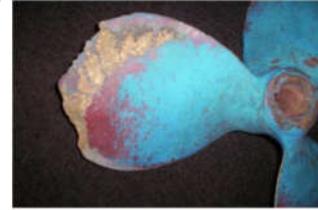
DÉGÂTS LIÉS À LA CAVITATION

91

Les dégâts de la cavitation



Zone de dépression dans le déversoir du barrage de Karun (Iran)



Dégradation de pales de rotor due à la cavitation



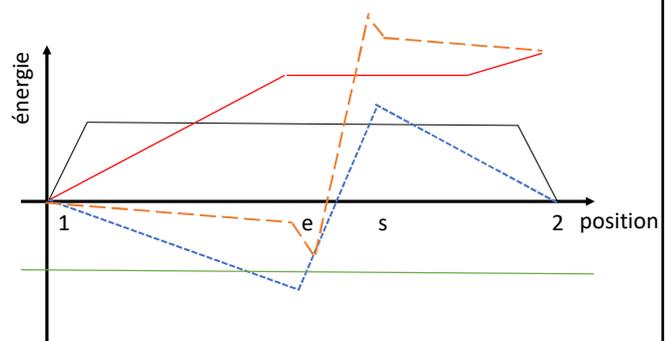
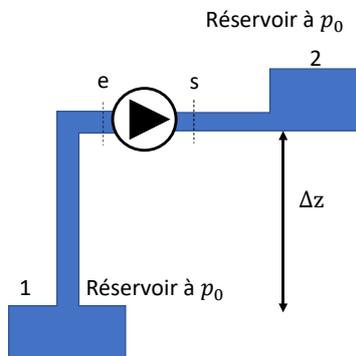
CONDITION DE NON CAVITATION DANS LES RÉSEAUX

92

Les pressions en tout point du circuit doivent toujours être supérieures à la pression de vapeur saturante à la température donnée

$$p_{min} > p_{vs}(T)$$

Dans le circuit



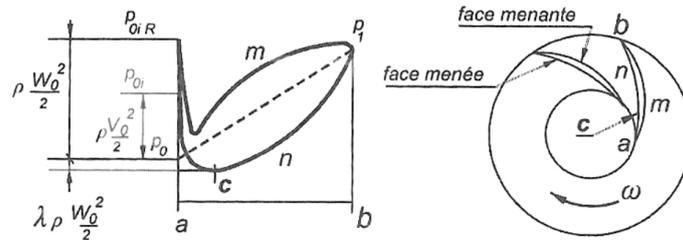
CONDITION DE NON CAVITATION DANS LES MACHINES

93

Les pressions dans la machine doivent toujours être supérieures à la pression de vapeur saturante à la température donnée

$$p_{min} > p_{vs}(T)$$

Pressions au sein de la machine :



p_{0i} : pression d'entrée

$$\frac{p_{0i} - p_{vs}}{\rho g} = \frac{p_{0i} - p_c}{\rho g} =$$

Ici $p_{min} = p_c$

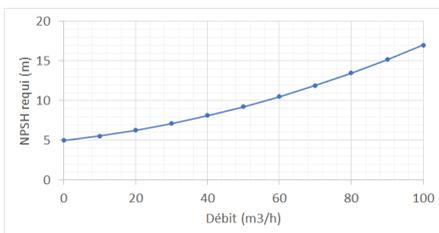
CONDITION DE NON CAVITATION DANS LES MACHINES

94

Dans le jargon on parlera de Net Positive Suction Head (NPSH [mCE] ou charge nécessaire à l'aspiration en français). Il est défini comme requis par la machine ($NPSH_{requi}$) et disponible à l'entrée de la machine ($NPSH_{dispo}$).

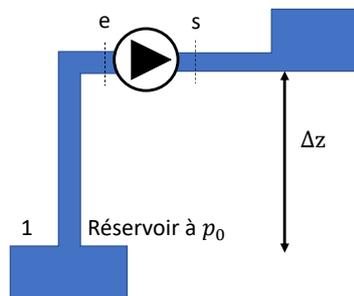
D'où la condition de non-cavitation : $NPSH_{dispo} > NPSH_{requi}$

$NPSH_{requi}$ donné par le fabricant



$NPSH_{dispo}$ calculé à partir de la pression d'entrée p_e

$$NPSH_{dispo} = \frac{p_e - p_{vs}}{\rho g}$$

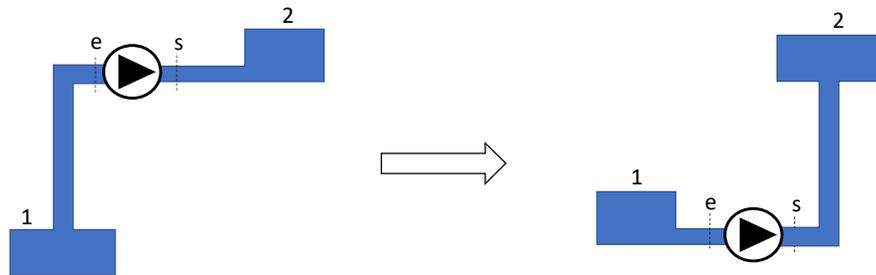


Bernoulli entre le point 1 et l'entrée de la pompe : $p_e = p_1 - \rho g \Delta z - \rho \frac{v_e^2}{2} - \sum_i p_{pertes\ de\ charge}$

CONSEILS POUR ÉVITER LA CAVITATION

95

Pour éviter le phénomène de cavitation, les pertes de charge doivent être minimisées en amont de la pompe et on a intérêt à la placer le plus bas possible par rapport au niveau de l'amont.



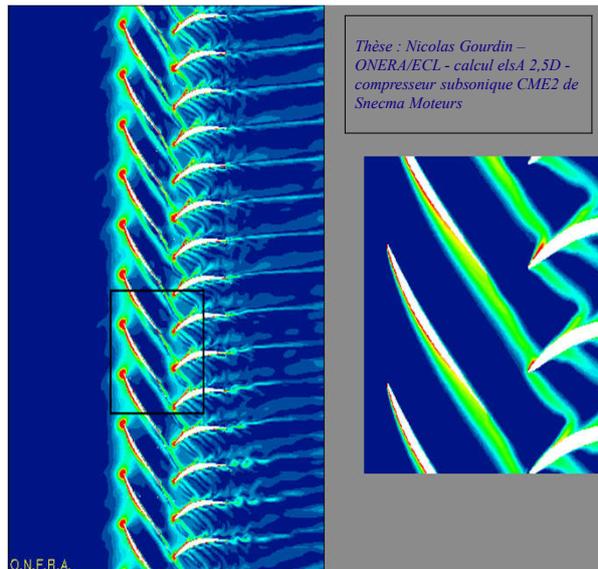
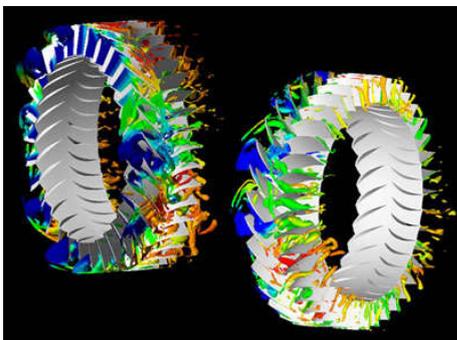
Autres conseils

- Pressuriser le circuit pour augmenter le $NPSH_{dispo}$
- Éviter les singularités géométriques (type venturi)
- Dissiper l'énergie des implosions loin des parois (évite l'érosion)
- Refroidir le fluide pour diminuer le $NPSH_{requis}$
- Utiliser de l'eau dégazéifiée ou filtrée pour réduire le nombre de noyaux de cavitation

POUR ALLER PLUS LOIN : INSTABILITÉS HYDRODYNAMIQUES

96

- Instabilités, instationnarités apparaissant à bas débits



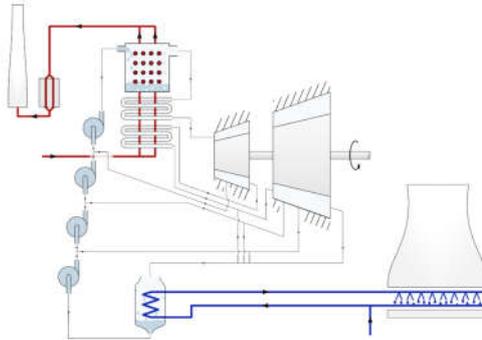
→ Les instabilités hydrodynamique sont souvent traitées/étudiées numériquement

ÉNERGÉTIQUE AVANCÉ

97

PARTIE 2 : ÉNERGÉTIQUE DES FLUIDES COMPRESSIBLES

Stéphane Chevalier



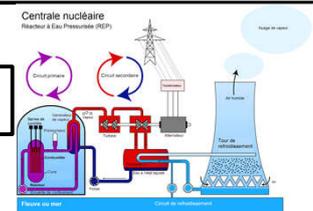
OBJECTIFS DU COURS D'ÉNERGÉTIQUE AVANCÉ

98



Objectifs macro

1. Proposer un design de machine répondant à un besoin industriel
2. Etablir un diagnostic énergétique d'une machine/installation



Objectifs Détaillés

Méthodologie de calcul

Dimensionner les éléments d'une machine
→ Calcul du travail fourni/reçu par les aubages de machine
→ Calcul des écoulements internes dans les machines



Calculer les transferts d'énergie dans la machine (interne) et dans le circuit (environnement externe)

Analyses des solutions techniques

Adaptation de la machine sur le réseau et dans son environnement

Calcul des limites de fonctionnement (cavitation, instabilités...)

ACQUIS D'APPRENTISSAGE VISÉS PAR LA PARTIE 2

99

A l'issue du cours, l'étudiant.e sera capable de :

1. **classifier** les différentes machines énergiques ;
2. **déterminer** le cycle thermodynamique d'une machine énergétique ;
3. **d'évaluer** une transformation réelle (polytropique) dans un organe ;
4. **d'évaluer** les pertes énergétiques et le rendement d'une installation ;
5. **d'analyser** les transferts énergétiques dans un écoulement compressible.

→ Ce sont ces AAV qui seront évalués sur cette partie de cours

ENERGÉTIQUE AVANCÉ : PARTIE 2

100

- 4 h de cours sur l'énergétique des fluides compressibles
 - Equations des fluides compressibles/cycles de référence
 - 3h de ED 4 : Ecoulement compressible et notion de variables d'arrêt
 - Cycles à gaz incondensable (TaG) et transformations polytropiques
 - 3h de ED 5 : Cycles turbine à gaz
 - Cycles de machines volumétrique (MCI + frigorifique)
 - 2h ED 6 : Cycles et machines frigorifiques
 - Dimensionnement de turbomachines à fluide compressible
 - 3h ED 7 : Etude d'un compresseur et d'une turbine à vapeur
- 1 TP sur les machines à fluide compressible
 - Un compresseur à piston



EXEMPLES DE SYSTÈMES

101

Cycles combinés Turbine à gaz/Turbine à vapeur

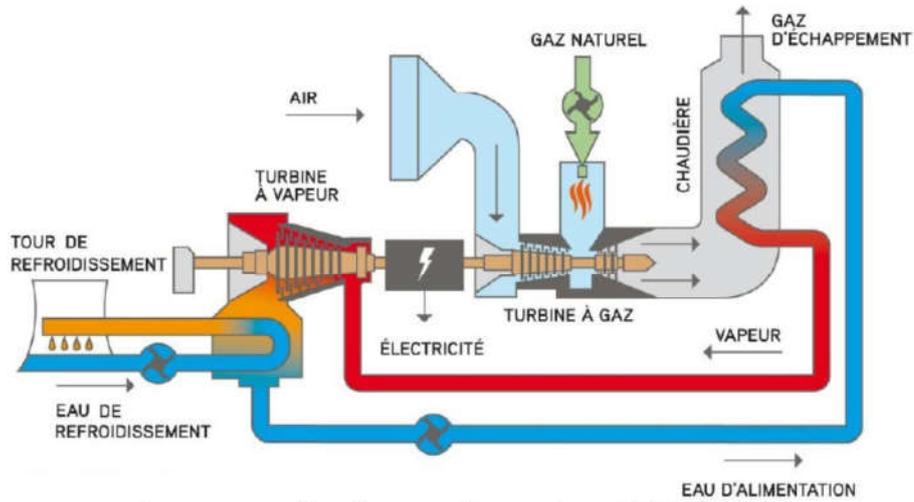


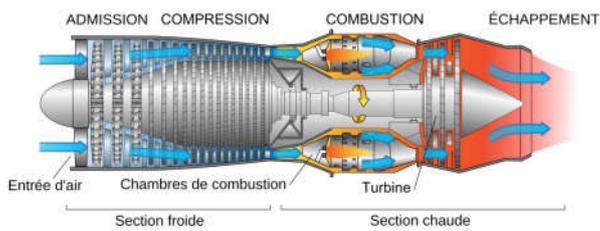
Image extraite d'une présentation ARPEA 2010

EXEMPLES DE SYSTÈMES

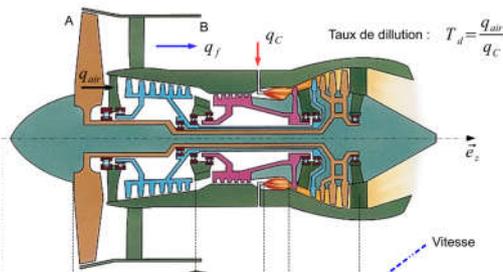
102

Turboréacteurs

Simple flux



Double flux



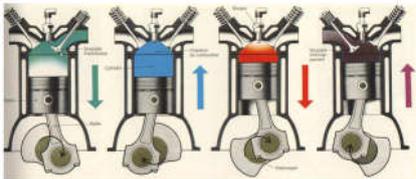
Thermopompes/climatiseurs



Tuyère & écoulements compressibles



Moteur à combustion interne



• Le turbocompresseur



ÉQUATIONS DES FLUIDES COMPRESSIBLES

EQUATIONS DE CONSERVATION DE L'ÉNERGIE ET DE LA MASSE

105

Rappel du cours précédent : $\Delta_{es}h + \Delta_{es}e_c + \Delta_{es}e_z = \mathcal{T}_a + \mathcal{Q}_e$

On négligera l'énergie potentielle dans la plupart des cas :

$$\Delta_{es}h + \Delta_{es}e_c = \mathcal{T}_a + \mathcal{Q}_e$$

Sous forme différentielle :

Conservation de la masse : $q_m = \rho v S = c^{te} \Leftrightarrow$

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dv}{v} + \frac{dS}{S} = 0$$

RAPPEL DE THERMODYNAMIQUE

106

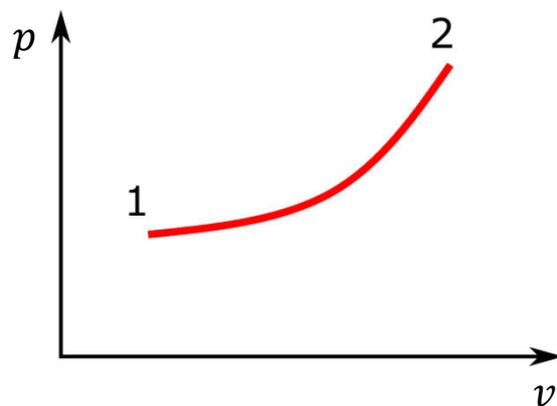
Définition du travail :

- En système ouvert (ex : turbine) :

$$\mathcal{T} = \int_1^2 v dp$$

- En système fermé (ex : piston) :

$$\mathcal{T} = \int_1^2 p dv$$



A quoi sert un modèle d'état ?

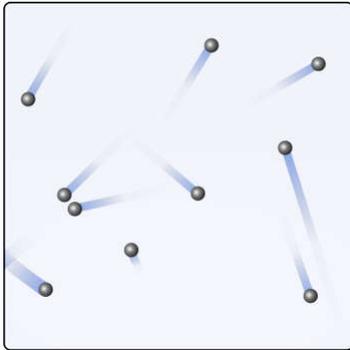


Figure : Olivier Cleynen

Un gaz parfait peut être visualisé comme un **ensemble de boules en mouvement désordonné**. Elles se percutent sans frottement et sans attraction mutuelle. Leur seule énergie est leur énergie cinétique.

Le modèle du gaz parfait fonctionne mieux :

- Lorsque les molécules se percutent à grande vitesse, c'est-à-dire lorsque la température du gaz est élevée ;
- Lorsque l'espace moyen entre les molécules est grand, c'est-à-dire lorsque le volume spécifique du gaz est grand.

Ces conditions permettent de s'assurer que les forces d'attraction entre molécules gardent un rôle mineur dans le comportement global du gaz.

Définition des variables d'état dans le modèle gaz parfait :

$$du = c_v dT$$

$$dh = c_p dT$$

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - r \frac{dp}{p}$$

Équations du modèle Gaz Parfait

$$pV = nRT \Leftrightarrow p = \rho r T$$

$$\frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T}$$

LOI DE LAPLACE : TRANSFORMATION ISENTROPIQUE

109

Dans le cas d'une transformation isentropique, la loi de Laplace s'énonce :

$$pv^\gamma = c^{te} \Leftrightarrow \frac{dp}{p} = \gamma \frac{d\rho}{\rho}$$

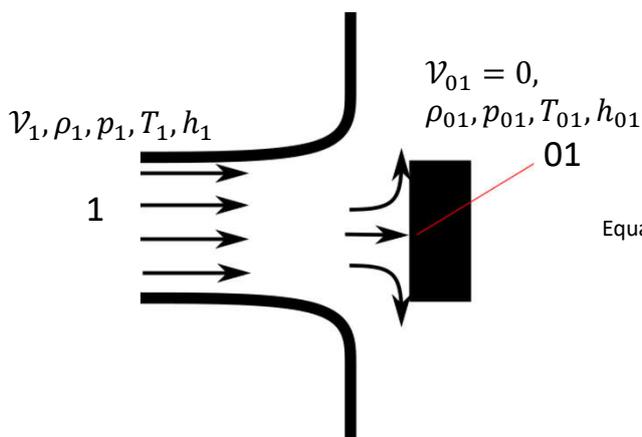
En combinant avec le modèle GP, on peut obtenir différentes relations entre les variables thermodynamiques :

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma-1} \quad \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^\gamma$$

VARIABLES D'ARRÊT ISENTROPIQUES

110

Ecoulement avec obstacle



Le point 01 est un point d'arrêt où la vitesse de l'écoulement est nulle.

On considérera l'arrêt comme isentropique. L'énergie potentielle est négligée dans le cas d'un gaz.

$$\text{Equation de l'énergie : } \Delta_{01-1}h + \Delta_{01-1}e_c = \mathcal{J}_a + Q_e$$

$$h_{01} = h_1 + \frac{v_1^2}{2}$$

h_{01} est l'enthalpie « totale »

h_1 est l'enthalpie « statique », mesurée par le capteur *statique* par rapport à l'écoulement.

$\frac{v_1^2}{2}$ peut être vue comme l'enthalpie « dynamique » par analogie à la pression dynamique

VARIABLES D'ARRÊT ISENTROPIQUES

111

$$h_{01} = h_1 + \frac{v_1^2}{2} \xrightarrow[\text{G.P.}]{\text{Modèle}} T_{01} = T_1 + \frac{1}{2c_p} v_1^2$$

T_{01} est la température « totale »

T_1 est la température « statique », mesurée par le capteur statique par rapport à l'écoulement.

$\frac{v_1^2}{2c_p}$ peut être vue comme la température « dynamique » par analogie à la pression dynamique

Nous pouvons adimensionner avec le nombre de Mach : $Ma = v_1/c_1$

$$\boxed{\frac{T_{01}}{T_1} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2}$$

$$\boxed{\frac{p_{01}}{p_1} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}$$

$$\boxed{\frac{\rho_{01}}{\rho_1} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2\right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}}$$

→ Lorsque le fluide est considéré comme compressible, sa vitesse, sa pression, sa température et sa masse volumique sont liées !

DÉVELOPPEMENT LIMITÉ POUR UN CAS INCOMPRESSIBLE

112

Dans le cas d'un écoulement incompressible, nous avons $Ma \ll 1$.

$$\frac{p_{01}}{p_1} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \xrightarrow[\text{limité}]{\text{Dvp}} p_{01} \approx p_1 \left(1 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \times \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2\right)$$

$$p_{01} \approx p_1 + \frac{\gamma}{2} \times \frac{p_1 v_1^2}{\gamma r T_1} \quad (\rho = \frac{p}{rT}) \text{ avec le modèle G.P.}$$

$$p_{01} \approx p_1 + \frac{\rho_1 v_1^2}{2}$$

→ Les variables d'arrêts isentropiques sont la généralisation des notions de pression totale et statique en écoulement compressible.

EXEMPLE D'ÉCOULEMENT COMPRESSIBLE : LA TUYÈRE DE LAVAL

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS PRÉCÉDENTES

Nombre de Mach : $Ma = v/c$

Détente isentropique : $\frac{dp}{p} = \gamma \frac{d\rho}{\rho}$

Variable d'arrêt : $\frac{T_{01}}{T_1} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2$

Equation de l'énergie : $dh + vdv = \delta\mathcal{T}_m + dq_e$

Gaz parfait : $\frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T}$

RELATION D'HUGONIOT

115

Etude d'un écoulement compressible d'un gaz parfait en détente isentropique

Equation de l'énergie

$$c_p dT + \mathcal{V} d\mathcal{V} = 0 \Leftrightarrow \frac{\gamma r}{\gamma - 1} dT + \mathcal{V} d\mathcal{V} = 0$$

Détente isentropique d'un gaz parfait :

$$\frac{dT}{T} = (\gamma - 1) \frac{d\rho}{\rho}$$

Conservation de la masse

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{d\mathcal{V}}{\mathcal{V}} + \frac{dS}{S} = 0$$

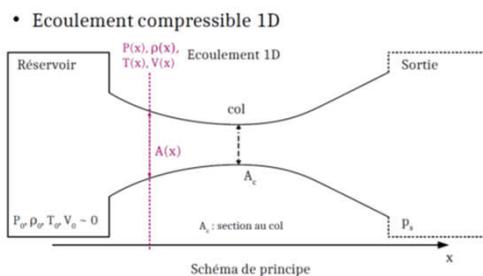
$$\frac{dS}{S} + (1 - \text{Ma}^2) \frac{d\mathcal{V}}{\mathcal{V}} = 0$$

FORME DE LA TUYÈRE

116

- Si $\text{Ma} < 1$ alors l'écoulement est **subsonique** et $dS/S < 0$ pour que $d\mathcal{V}/\mathcal{V} > 0$, soit la section doit être convergente pour augmenter la vitesse du fluide (comme en écoulement incompressible).
- Si $\text{Ma} > 1$ alors l'écoulement est **supersonique** et $dS/S > 0$ pour que $d\mathcal{V}/\mathcal{V} > 0$, soit la section doit être divergente pour augmenter la vitesse du fluide (en opposition avec un écoulement incompressible).
- Cas particulier où $\text{Ma} = 1$, la section de la tuyère atteint un minimum ($dS = 0$) : c'est ce qu'on appelle le **col de la tuyère**

$$\frac{dS}{S} + (1 - \text{Ma}^2) \frac{d\mathcal{V}}{\mathcal{V}} = 0$$



BLOCAGE SONIQUE

117

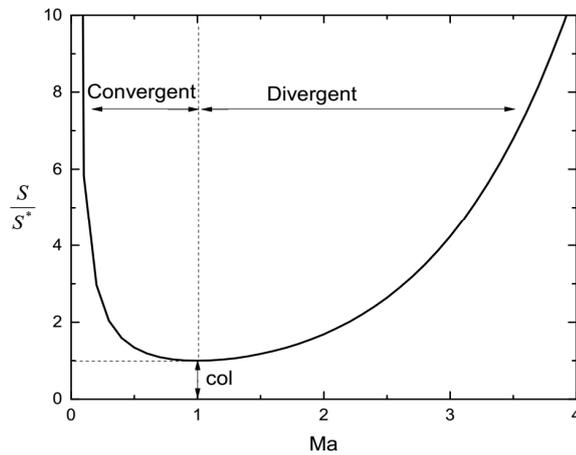
Au col d'un écoulement compressible, initialement subsonique, la vitesse de l'écoulement ne peut excéder $Ma = 1$.

→ Vérification en calculant l'évolution de la surface de la tuyère en fonction de Ma .

Evolution de la surface de la tuyère en fonction du nombre de Mach

$$\frac{S}{S^*} = \frac{1}{Ma} \left(\frac{2 + (\gamma - 1)Ma^2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}}$$

(Démonstration en TD)



BLOCAGE SONIQUE

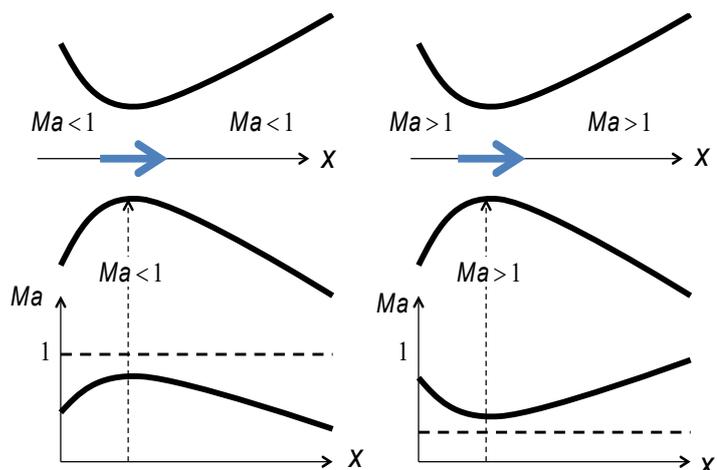
118

Si l'écoulement rentre subsonique et que $Ma \neq 1$ au col, alors l'écoulement reste subsonique

Si l'écoulement rentre supersonique, il dépasse $Ma = 1$ au col et reste supersonique.

→ Le passage subsonique vers supersonique ne peut se faire que si $Ma = 1$ au col.

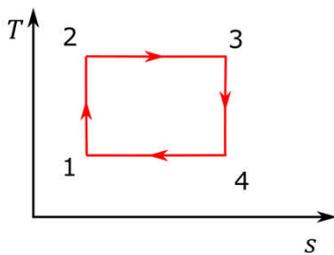
→ On parle alors de Tuyère amorcée.



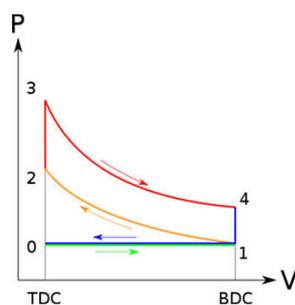
CYCLE THERMODYNAMIQUE DE RÉFÉRENCE : LE CYCLE DE CARNOT

POURQUOI A-T-ON BESOIN DE CYCLES DE RÉFÉRENCE ?

Exemple : Cycle de Carnot



Exemple : Cycle Beau de Rochas

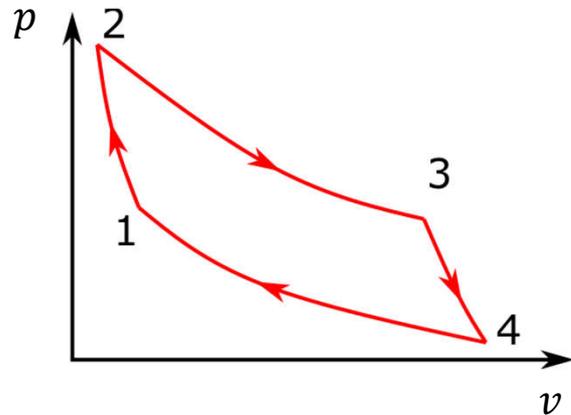


CYCLE DE CARNOT

121

Carnot cherche à concevoir une machine thermique à l'efficacité maximale et réversible. Il conclut que :

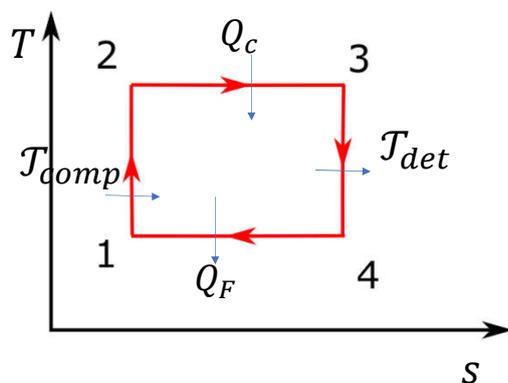
- Pour qu'ils soient réversibles, les transferts de chaleur doivent être effectués à température constante : **transformations isothermes.**
- Pour qu'elles soient réversibles, les phases où le fluide change de température doivent se faire sans transfert de chaleur et de manière infiniment lente : **transformations adiabatiques réversibles, i.e. transformations isentropiques.**



CYCLE DE CARNOT

122

Analyse d'un moteur de Carnot récupérant de l'énergie à partir d'air travaillant entre deux températures 100 et 600 °C. On considérera le système ouvert.



Points dans le diagramme	1	2	3	4	1
Température (°C)	100	600	600	100	100
Pression (bar)	1		10		1
Enthalpie totale (kJ/kg)	100				
Transformation	isentropique		isotherme		isentropique
Travail échangé (kJ/kg)					
Chaleur échangée (kJ/kg)					

La modélisation du cycle thermodynamique se fera en suivant les étapes ci-dessous :

1. Equation de l'énergie

$$\Delta h_0 = \mathcal{T}_a + Q_e$$

2. Nature de la transformation ?

- Exemple isentropique : $pv^\gamma = cte$
- Exemple isotherme : $\Delta T = 0 \leftrightarrow \Delta h = 0$

3. Modèle d'état ?

- Modèle gaz parfait $\leftrightarrow \Delta T = c_p \Delta h$
- Diagramme entropique du fluide

4. Transformation polytropique (réelle) ?

- Utilisation des coefficients isentropiques de compression/détente
- Modélisation polytropique

Transformation isentropique 1 → 2 :

Equation de l'énergie : $\mathcal{T}_a + Q_e = \Delta h_0$

$$Q_e = 0 \quad \text{Donc d'après l'équation de l'énergie : } \mathcal{T}_{12} = \Delta_{12} h_0 = c_p \Delta_{12} T =$$

Transformation isentropique, donc on utilise la loi de Laplace. Associer au modèle gaz parfait, cela conduit à :

$$p_2 = p_1 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} =$$

Transformation isotherme 2 → 3 :

Equation de l'énergie : $\mathcal{T}_a + Q_e = \Delta h_0$

Transformation isotherme ($\Delta h_0 = c_p \Delta T = 0$), donc cela conduit à $\mathcal{T}_{23} = -Q_{23}$

Le modèle gaz parfait et la définition du travail conduise à $\mathcal{T}_{23} = -rT_3 \int_2^3 \frac{dp}{p} =$

CYCLE DE CARNOT

125

Transformation isentropique 3 → 4 :

$Q_e = 0$ Donc d'après l'équation de l'énergie : $\mathcal{T}_{34} = \Delta_{34}h =$

$$p_4 = p_3 \left(\frac{T_3}{T_4} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} =$$

Transformation isotherme 4 → 1 :

Transformation isotherme ($\Delta h_0 = c_p \Delta T = 0$), donc cela conduit à $\mathcal{T}_{41} = -Q_{41}$

$$\mathcal{T}_{41} = -rT_4 \int_4^1 \frac{dp}{p} =$$

RENDEMENT DU CYCLE DE CARNOT MOTEUR

126

Bilan pour un cycle moteur :

$$\eta_c = \frac{\text{somme algébrique des travaux}}{\text{chaleur fournie au système}}$$

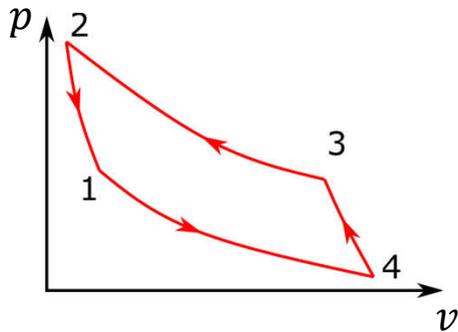
D'après le second principe de la thermodynamique : $\left| \frac{Q_c}{T_c} \right|_{rev} = \left| \frac{Q_F}{T_F} \right|_{rev}$

$$\boxed{\eta_c = 1 - \frac{T_F}{T_C}}$$

avec T en Kelvin

RENDEMENT DU CYCLE DE CARNOT RÉCEPTEUR : THERMOPOMPE

127



COP : coefficient de performance

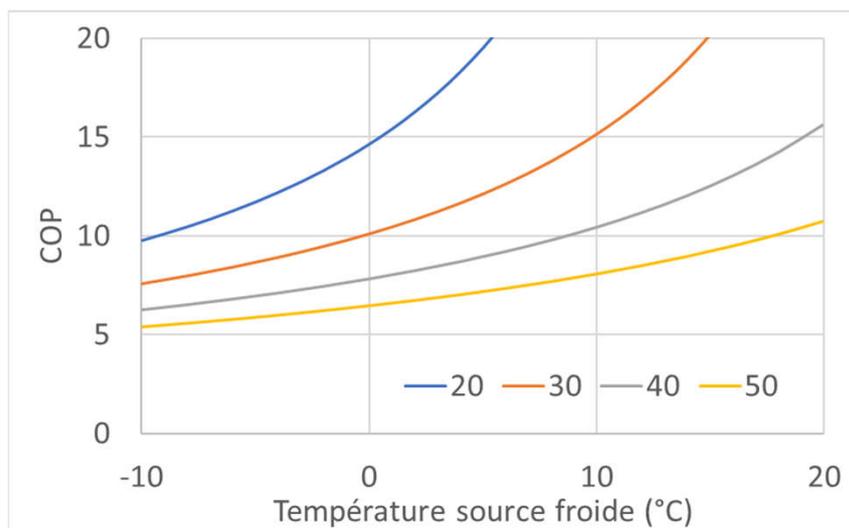
$$\text{COP} = \frac{\text{Chaleur fournie à la source chaude}}{\text{Travail fourni au système}}$$

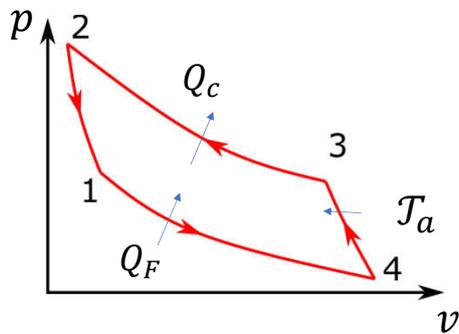
$$\text{COP}_c = \frac{T_c}{T_c - T_F} > 1$$

RENDEMENT DU CYCLE DE CARNOT RÉCEPTEUR : THERMOPOMPE

128

Evolution du COP pour différentes températures de sources chaudes.





COF : coefficient frigorifique

$$\text{COF} = \frac{\text{Chaleur extraite à la source froide}}{\text{Travail fourni au système}}$$

$$\text{COF} = \frac{Q_F}{J_a}$$

$$\text{COF}_c = \frac{T_F}{T_c - T_F} > 1$$

$$\text{COP}_c - \text{COF}_c = 1$$

CYCLES À GAZ INCONDENSABLES 1

CYCLE DE JOULE THÉORIQUE (TURBINE À GAZ)

131

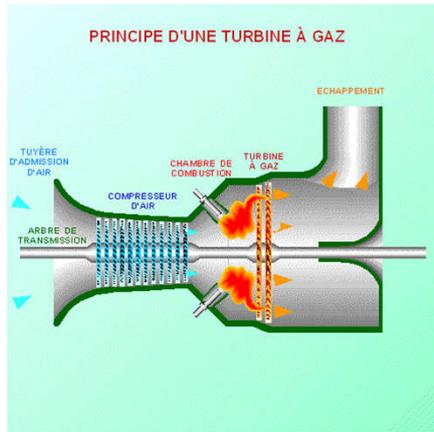
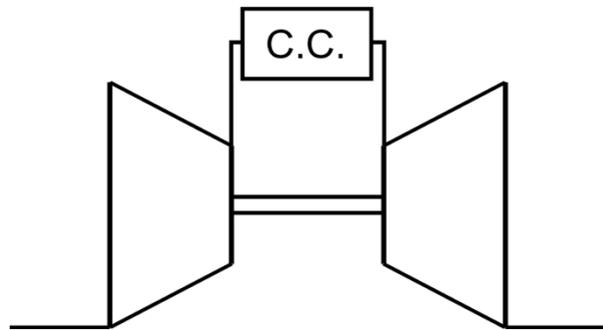


Figure par Daniel BONNERUE sur Wikipédia France

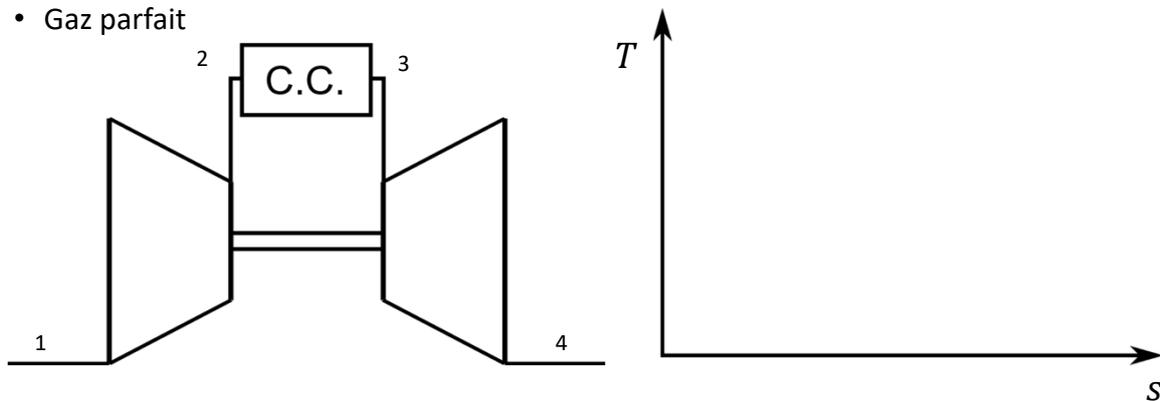


CYCLE DE JOULE THÉORIQUE (TURBINE À GAZ)

132

Hypothèses :

- Transformations isentropiques
- Pertes de charge négligées dans la C.C.
- Gaz parfait



RENDEMENT DU CYCLE DE JOULE THÉORIQUE

133

Démonstration :
$$\eta_{TaG} = \frac{\text{Travail utile}}{\text{Energie apportée}} = \frac{\mathcal{J}_{net}}{Q_{in}}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_2}{T_1} &= \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \\ \frac{T_3}{T_4} &= \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \end{aligned} \right\} \text{ donc } \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}$$

$$\eta_{TaG} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

Pour comparaison, $\eta_{Carnot} =$

→ Plus le taux de compression p_2/p_1 est élevé, meilleur est le rendement du cycle.

LIMITES TECHNOLOGIQUES

134

Evolution du rendement et du travail net si T_1 et T_3 sont fixés : → $\tau = \frac{T_3}{T_1}$

Rendement de la TaG :
$$\eta_{TaG} = 1 - \frac{1}{r} \quad \text{avec} \quad r = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Travail net adimensionnel :
$$\frac{\mathcal{J}_{net}}{c_p T_1} = (\tau - r) \left(1 - \frac{1}{r}\right)$$

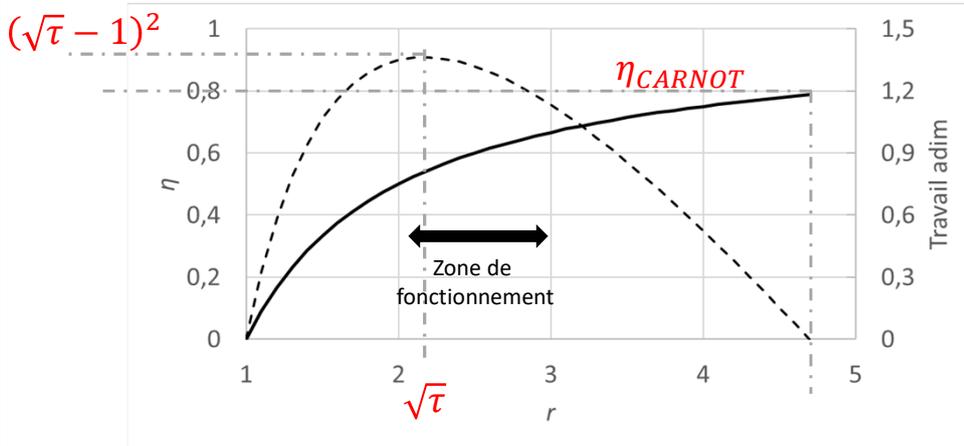
Élément de démonstration du travail net adimensionnel :

$$\eta = \frac{\mathcal{J}_{net}}{c_p (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{1}{r} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

$$\mathcal{J}_{net} = \eta c_p T_1 \left(\frac{T_3}{T_1} - \frac{1}{1 - \eta} \right)$$

LIMITES TECHNOLOGIQUES

135

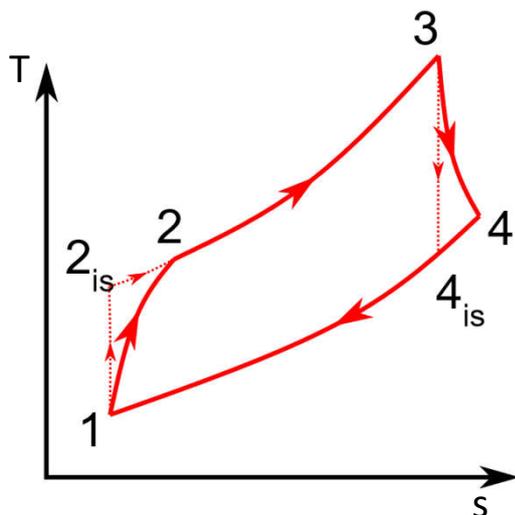


$$\tau = \frac{T_3}{T_1} = \frac{1400}{298}$$

- On ne peut pas augmenter le rapport de compression indéfiniment sous peine de produire peu de travail.
- Les machines les plus efficaces sont aussi les plus encombrantes !

CYCLE D'UNE TAG RÉELLE

136



Hypothèses généralement utilisées:

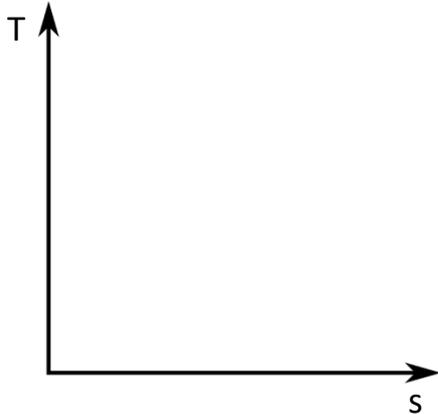
- Les imperfections des turbomachines sont exprimées au travers de leur rendement isentropique :
 - $\eta_c < 1$ pour le compresseur
 - $\eta_d < 1$ pour la détente
- Les imperfections de la chambre de combustion sont négligées :
 - $\eta_{combustion} = 1$
 - $p_2 \approx p_1$

- Les transformations 1 – 2 et 3 – 4 sont appelées **polytropiques**.

RENDEMENT ISENTROPIQUE DE COMPRESSION

137

Définition du rendement isentropique de compression : $\eta_c = \frac{\text{Comp. isentropique}}{\text{Comp. réelle}}$



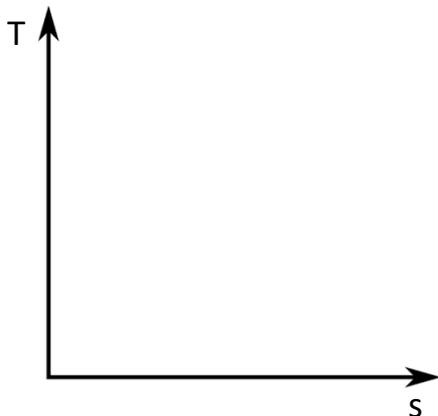
$$\eta_c = \frac{\Delta h_{is}}{\Delta h} = \frac{h_{2is} - h_1}{h_2 - h_1}$$

→ Avec l'hypothèse GP : $\eta_c = \frac{T_{2is} - T_1}{T_2 - T_1}$

RENDEMENT ISENTROPIQUE DE DÉTENTE

138

Définition du rendement isentropique de détente : $\eta_d = \frac{\text{Dét. réelle}}{\text{Dét. isentropique}}$



$$\eta_d = \frac{\Delta h}{\Delta h_{is}} = \frac{h_4 - h_3}{h_{4is} - h_3}$$

→ Avec l'hypothèse GP : $\eta_d = \frac{T_4 - T_3}{T_{4is} - T_3}$

POUR ALLER PLUS LOIN : GÉNÉRALISATION DES POLYTROPIQUES

139

Objectif : modéliser les transformations réelles (les transformations isentropiques ne sont jamais atteintes).

Pour toute transformation d'un gaz parfait de l'état 1 à l'état 2, on peut trouver une constante k telle que :

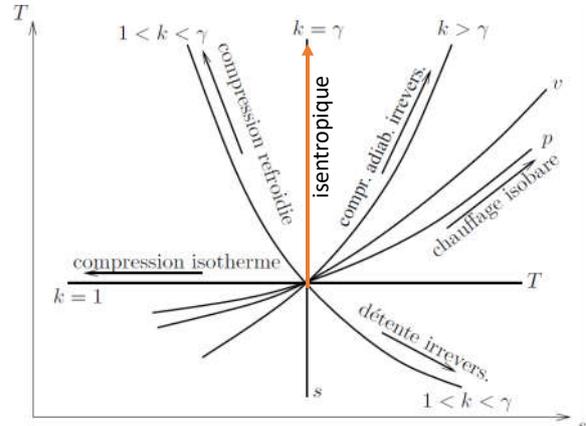
$$p_2 v_2^k = p_1 v_1^k$$

k : coefficient polytropique

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

Remarque :

- isobare : $k=0$
- isentrope : $k=\gamma$
- isotherme : $k=1$
- isochore : $k \rightarrow \infty$



Les transformations réelles suivent des évolutions Polytropiques

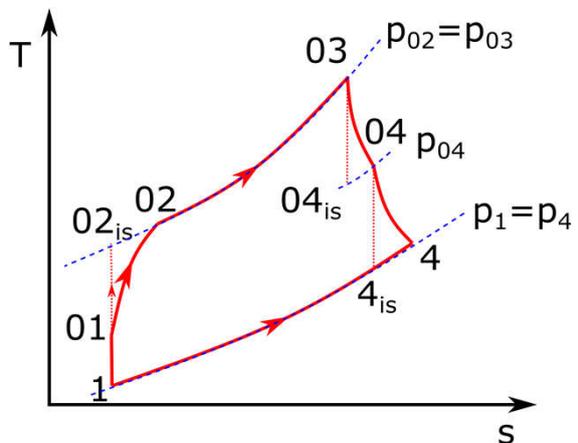
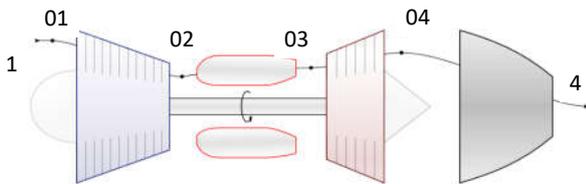
CYCLE D'UN TURBORÉACTEUR SIMPLE FLUX

140

1 cycle TaG + 1 Tuyère = 1 turboréacteur simple flux

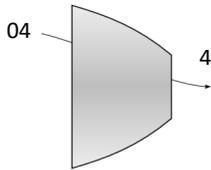
Un turboréacteur est composé de :

- 1 compresseur
- 1 chambre de combustion
- 1 turbine
- 1 tuyère



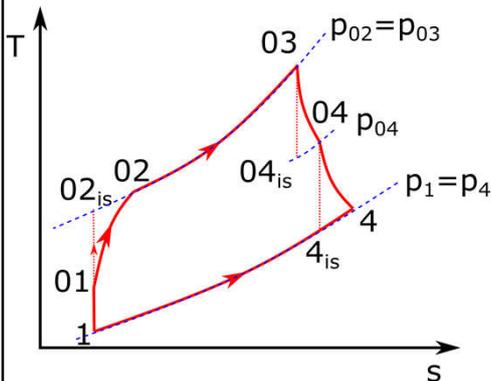
ECHANGE D'ÉNERGIE DANS LA TUYÈRE

141



Bilan d'énergie dans la tuyère :

$$\Delta_{04-4}h + \Delta_{04-4}e_c = \mathcal{T}_a + Q_e$$



Vitesse d'éjection des gaz :

$$\begin{aligned} v_4 &= \sqrt{2(h_{04} - h_4)} \\ &= \sqrt{2c_p(T_{04} - T_4)} \end{aligned}$$

Coefficient isentropique de détente dans la tuyère :

$$\eta_t = \frac{h_{04} - h_4}{h_{4is} - h_4}$$

RENDEMENT D'UN TURBORÉACTEUR

142

→ Le turboréacteur convertit l'énergie thermique en énergie mécanique.

Le rendement est donc défini comme suit : $\eta_{TR} = \frac{\text{Puissance méca}}{\text{Puissance thermique}}$

Force de poussée : $F_p = q_m (v_E - v_\infty)$

Puissance mécanique : $\mathcal{P}_m = F_p v_\infty$

Puissance thermique : $\mathcal{P}_{th} = q_c \times \text{PCI} = q_m \times Q_{comb}$

$$\eta_{TR} = \frac{q_m v_\infty (v_E - v_\infty)}{q_c \times \text{PCI}}$$



(Etude complète du turboréacteur en TD)

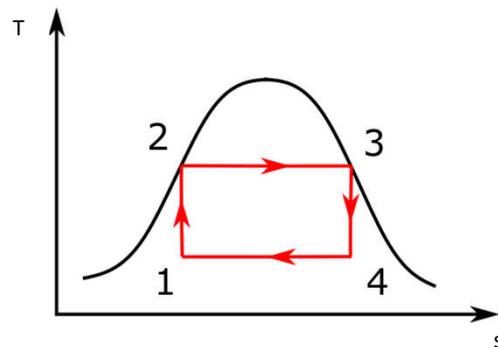
CYCLES À VAPEURS CONDENSABLES

SE RAPPROCHER DE CARNOT... ENCORE ET TOUJOURS

Comment obtenir des transformations isothermes ?

→

Un fluide change de phase à pression et température constante !



L'eau suit globalement les mêmes tendances qu'un gaz parfait, mais lorsqu'elle se condense ou s'évapore, ses propriétés changent très brutalement.

→ On ne peut pas les calculer comme celles d'un gaz parfait : **il faut les tabuler.**

CYCLES À VAPEUR D'EAU

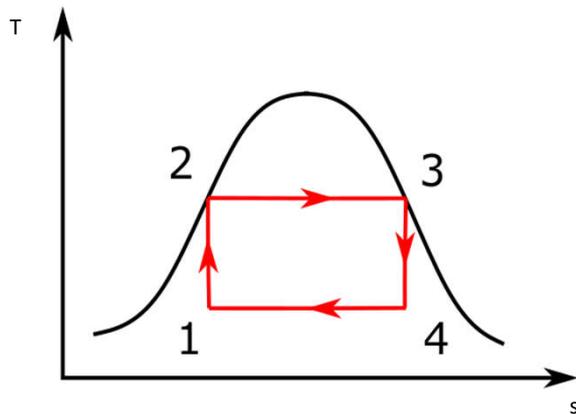
145

Pourquoi des cycles à vapeur d'eau ?

- Combustion externe
- L'eau est un excellent caloporteur
- L'eau est omniprésente et « gratuite »

Nombreuses limitations technologiques sur le cycle de Carnot diphasique :

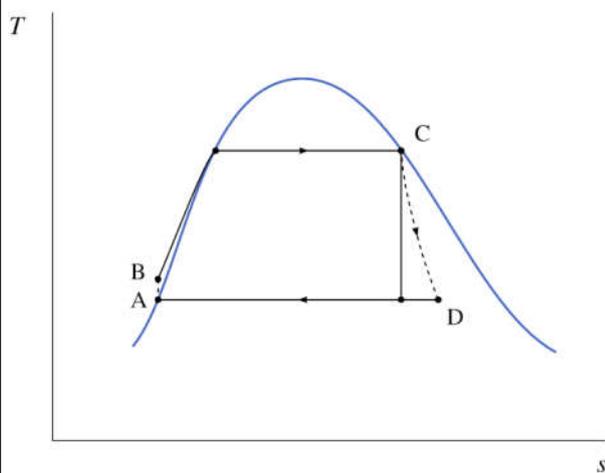
- 1.
- 2.
- 3.



CYCLE DE RANKINE

146

Rankine supprime la compression diphasique !



Transformations

A – B : Compression isentropique

B – C : Echauffement isobare

C – D : Détente

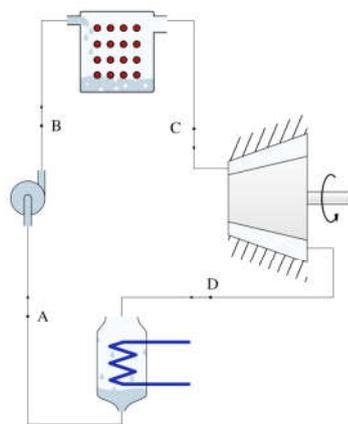
D – A : Refroidissement isobare

CYCLE DE RANKINE

147

Organes technologiques :

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.



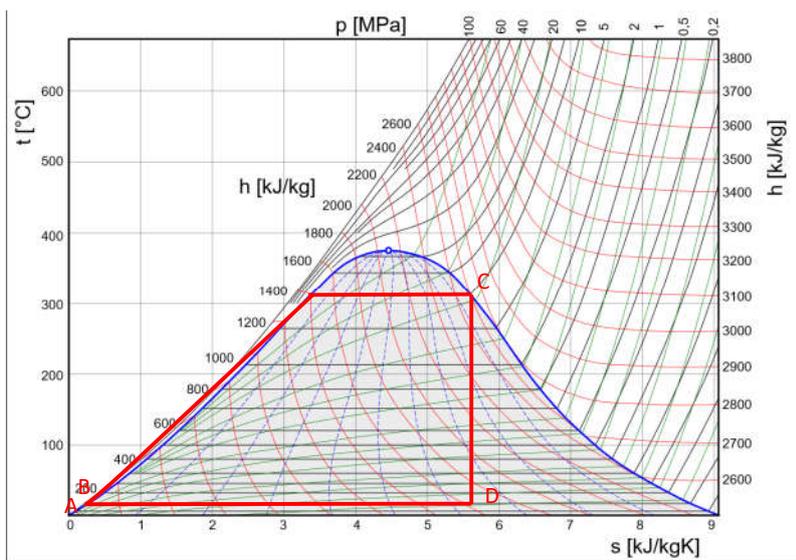
→ Avantage : la pompe consomme très peu d'énergie comparée à un compresseur !

FIGURE 9.12 - Circuit d'une centrale à vapeur fonctionnant sur un cycle de Rankine. L'eau à la sortie du condenseur est sous forme de liquide saturé; elle entre dans la chaudière à plus faible température.

Schéma CC-BY-SA Olivier Cleymen

CYCLE DE RANKINE

148



Cycle de Rankine entre 0,01 bar à 20°C (pt A) et 100 bar jusqu'à la vapeur saturée.
Hypothèse : $h_A \approx h_B \approx 120$ kJ/kg.

Calcul du rendement :

Titre en vapeur en fin de détente :

CYCLE DE HIRN

149

- Surchauffe de la vapeur et **donc détente plus efficace (cf. Carnot)**
- Possibilité d'étendre le fluide entièrement sous forme vapeur
- Techniquement plus facile à mettre en œuvre

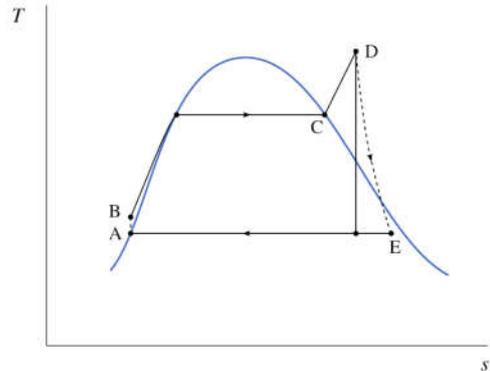
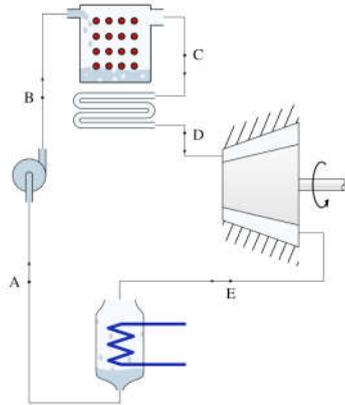
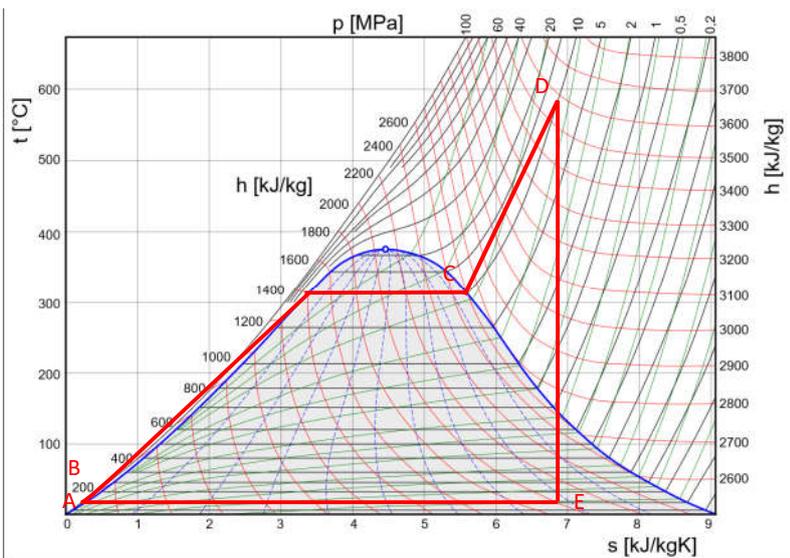


FIGURE 9.14 – Circuit d'une centrale à vapeur fonctionnant sur un cycle de Rankine surchauffé. L'eau à la sortie de la chaudière est portée à plus haute température (section C → D) avant de pénétrer dans la turbine.

Schéma CC-BY-SA Olivier Cleynen

CYCLE DE HIRN

150



Cycle de Hirn entre 0,01 bar à 20°C (pt A) et 100 bar en vapeur surchauffée à 590°C.
Hypothèse : $h_A \approx h_B \approx 120$ kJ/kg.

Calcul du rendement :

Titre en vapeur en fin de détente :

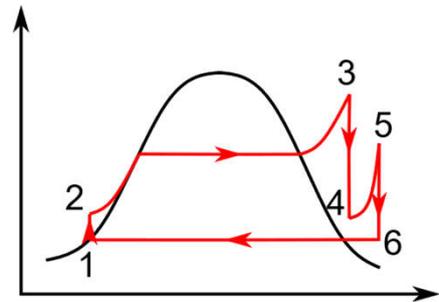
EXEMPLE D'APPLICATIONS

151

Centrale nucléaire EDF de Blayes

Fonctionnement d'une tranche de la centrale (1 réacteur)

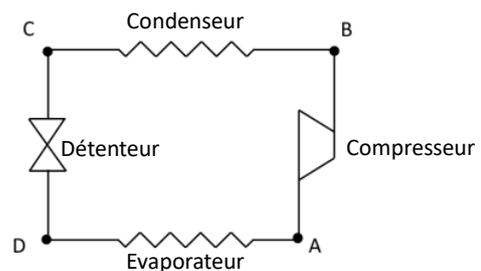
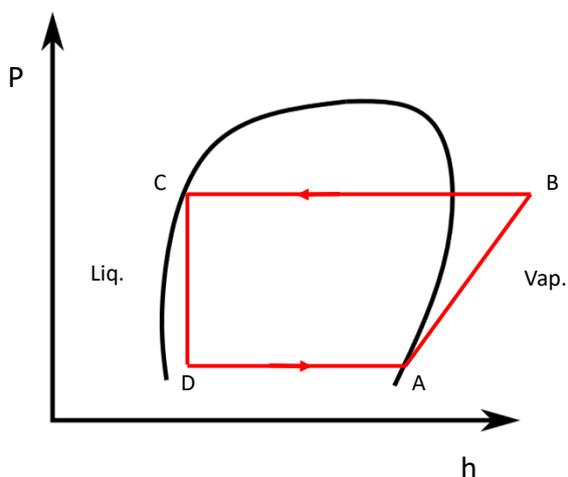
- 1^{ère} génération de centrale construite début 80. Chaque tranche produit **900 MW** (alimente 1 million de personnes environ) avec un rendement de 30% (3000 MW d'énergie primaire produite dans le réacteur).
- Circuit primaire (générateur de vapeur) : **150 bar à 300°C liquide**.
- Circuit secondaire dans la **turbine HP : 53 bar à 270°C** en vapeur surchauffée.
- Puis **11 bar vapeur dans la turbine BP**. Il y a une resurchauffe après la turbine HP.



Cycle de Hirn avec multiples resurchauffes

CYCLES RÉCEPTEURS (CYCLE FRIGORIFIQUE)

152



Transformations

A – B : Compression isentropique

B – C : Condensation isobare

C – D : Détente isenthalpique

D – A : Évaporation isobare

CYCLES RÉCEPTEURS (CYCLE FRIGORIFIQUE)

153

Rappel : les performances d'un cycle récepteur se mesure avec le COP ou le COF

COF de Carnot :

$$\text{COF}_c = \frac{T_F}{T_c - T_F} > 1$$

$$\text{COP}_c - \text{COF}_c = 1$$

Thermopompe



→ COP car c'est la source chaude qui est d'intérêt

Machine frigo



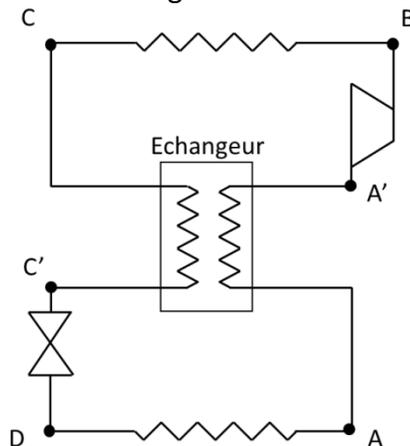
→ COF car c'est la source froide qui est d'intérêt

CYCLES RÉCEPTEURS (CYCLE FRIGORIFIQUE)

154

Optimisation du cycle :

- Récupération de l'énergie en sortie de détenteur



Bilan enthalpique dans un échangeur adiabatique :

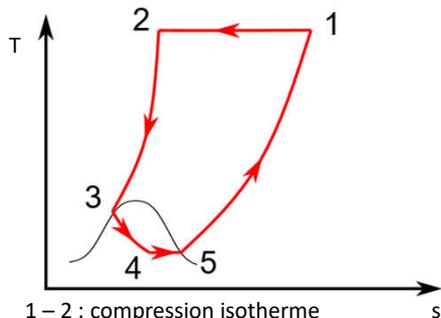
$$\Delta_{C'C}h + \Delta_{A'A}h = 0$$

→ Etude en TD

LIQUÉFACTION DES GAZ

155

Liquéfaction de l'azote (procédé Linde)



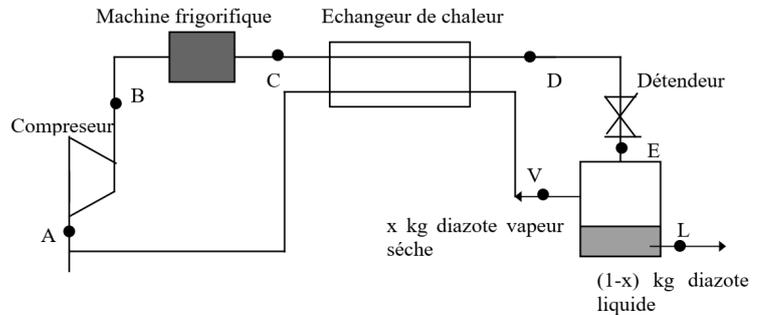
1 – 2 : compression isotherme

2 – 3 : refroidissement

3 – 4 : détente isenthalpique

4 – 5 : séparation liquide/vapeur

5 – 1 : échauffement isobare



→ Etude en TD

APPLICATION INDUSTRIELLE DU FROID

156

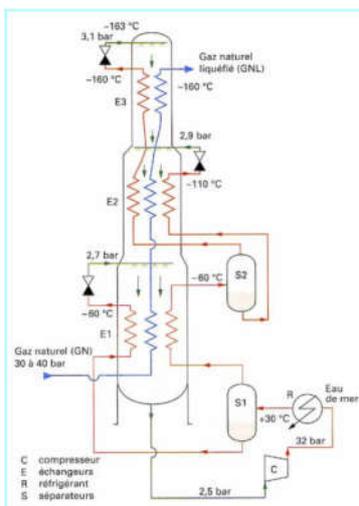


Figure 15 - Cycle à « cascade incorporée » (L'Air Liquide) appelé aussi MRC (Air Products) et ARC (Technip)

Liquéfaction du gaz naturel pour son transport.

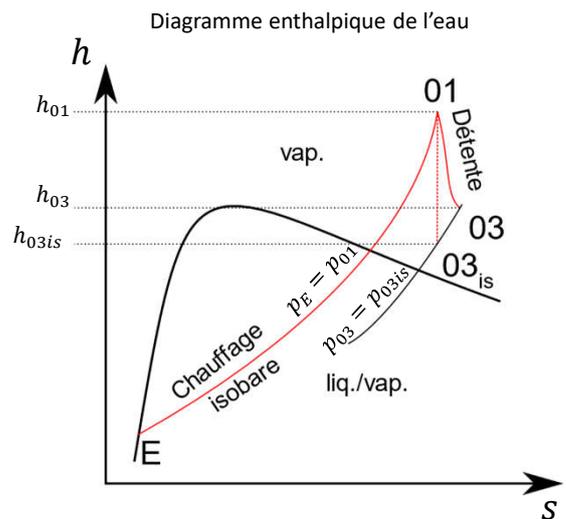
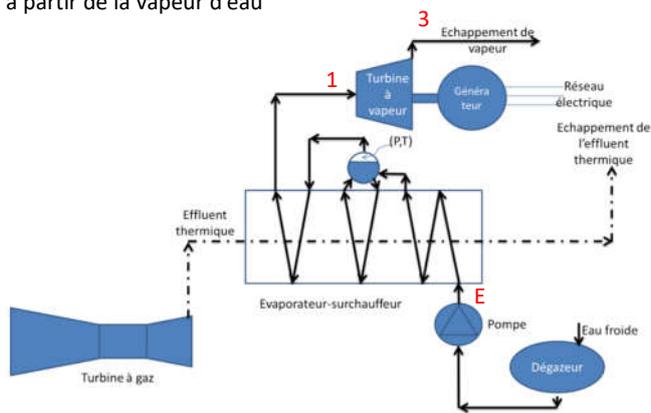
- Pour les méthaniers
- Pour les raffineries

Gaz naturel refroidi à -160°C

TRANSFERTS D'ÉNERGIE DANS LES MACHINES À FLUIDE COMPRESSIBLE

INSTALLATION ÉNERGÉTIQUE

Installation énergétique produisant de l'électricité à partir de la vapeur d'eau



La variation d'enthalpie totale du fluide (1->3) est liée au travail échangé sur les aubages

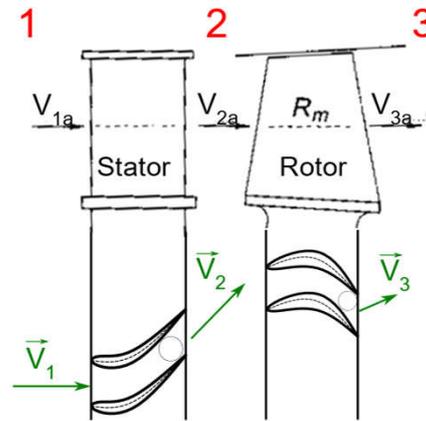
ZOOM SUR LES AUBAGES DE MACHINE RÉCEPTRICE

159

Exemples de turbine industrielle multiétagée

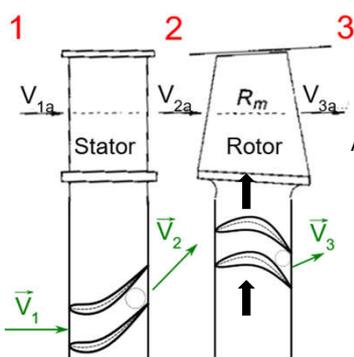


Etage d'une détente dans une turbine : stator + rotor.

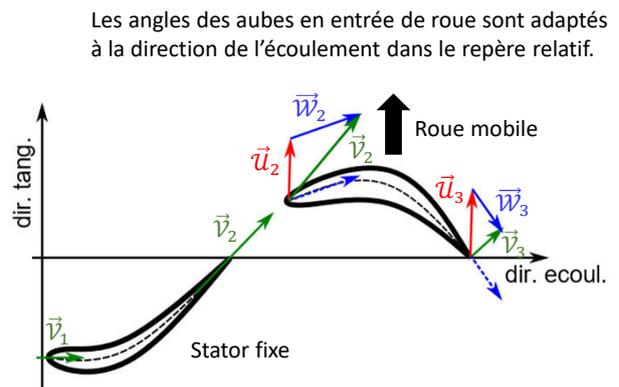


LIEN ENTRE LA CINÉMATIQUE DES VITESSES ET LE TRAVAIL

160



Analyse de la cinématique des vitesses



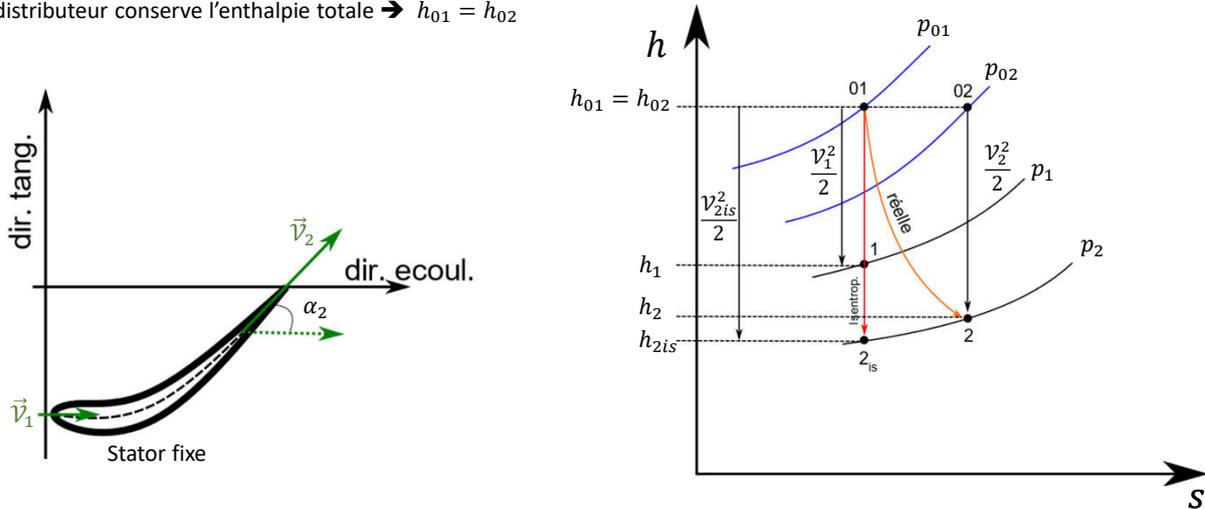
Hypothèse : dans les analyses qui vont suivre, les transformations seront considérées comme adiabatiques.

- L'objectif est de lier la cinématique des fluides sur les aubages au travail sur l'arbre via le th. d'Euler
- Représenter la cinématique des vitesses dans un diagramme enthalpique

DÉTENTE DANS LE DISTRIBUTEUR

161

Le distributeur conserve l'enthalpie totale $\rightarrow h_{01} = h_{02}$



L'écoulement est dévié par les aubes du distributeur ce qui a pour effet de l'accélérer ($v_2 > v_1$) et de le détendre ($p_2 < p_1$).

ANALYSE DES TRANSFORMATIONS D'ÉNERGIE

162

Bernoulli généralisé compressible dans l'aubage :

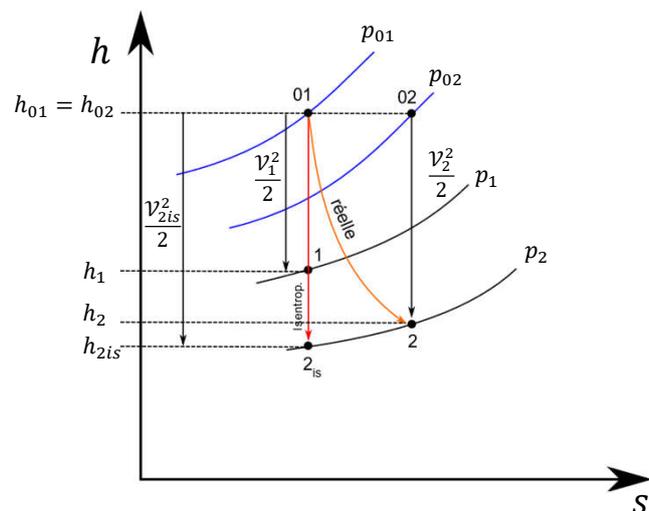
$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) = -\mathcal{T}_f$$

D'où proviennent les frottements ?

Ralentissement de la vitesse en sortie de distributeur :

$$\varphi = \frac{v_2}{v_{2is}} \rightarrow \varphi^2 = \frac{h_{02} - h_2}{h_{02} - h_{2is}}$$

$$\mathcal{T}_f = \int_1^2 T ds = h_2 - h_{2is} = \frac{v_{2is}^2}{2} (1 - \varphi^2)$$

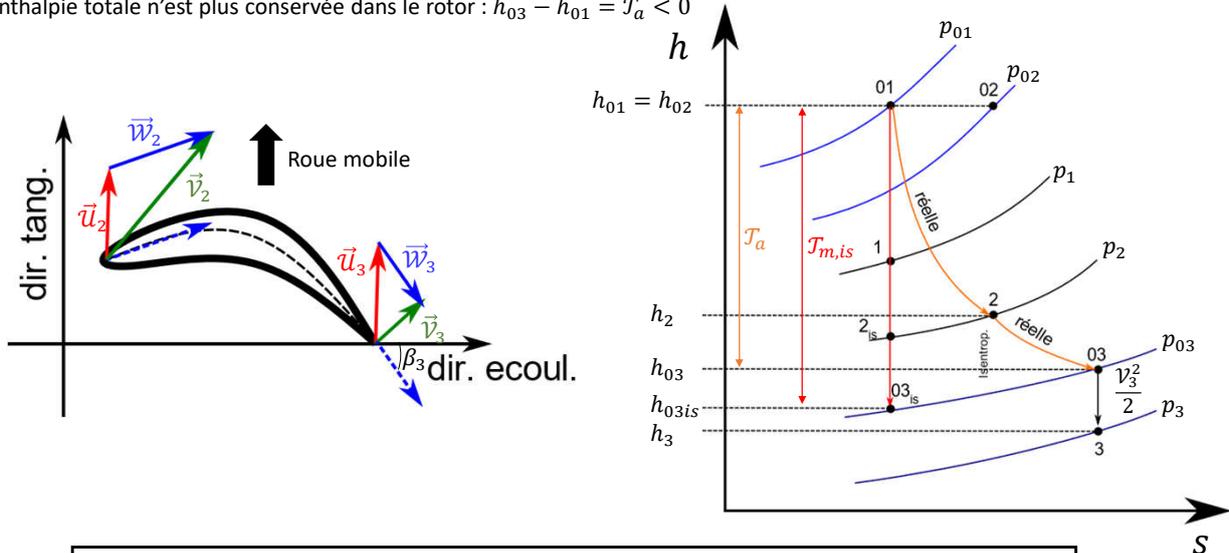


Les pertes énergétiques proviennent des frottements qui ralentissent de la vitesse en sortie de distributeur !

DÉTENTE DANS LE ROTOR

163

L'enthalpie totale n'est plus conservée dans le rotor : $h_{03} - h_{01} = \mathcal{T}_a < 0$



Le fluide est dévié dans le repère tournant. La chute d'enthalpie totale ainsi créée est égale à l'énergie donnée à la roue. Le fluide est détendu et ralenti.

ANALYSE DES TRANSFORMATIONS D'ÉNERGIE

164

Bernoulli généralisé compressible dans l'aubage d'une turbine :

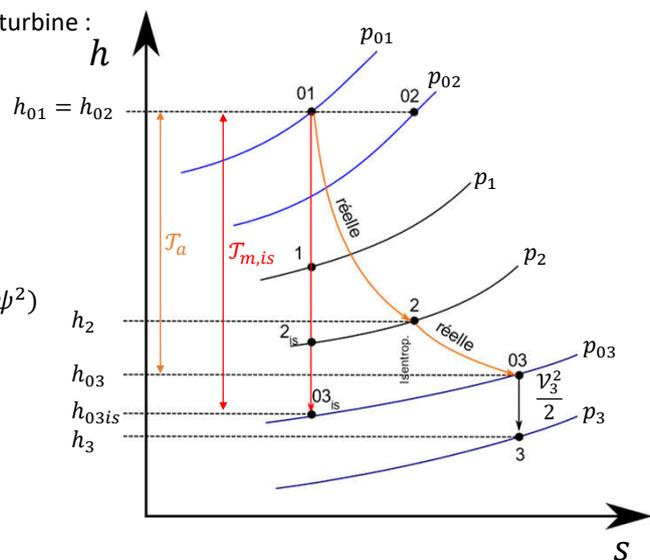
$$\mathcal{T}_a = \int_2^3 \frac{dp}{\rho} + \frac{1}{2} (v_3^2 - v_2^2) + \mathcal{T}_f = \mathcal{T}_m + \mathcal{T}_f < 0$$

Ralentissement de la vitesse en sortie de roue due aux frottements :

$$\psi = \frac{w_3}{w_{3is}} \rightarrow \mathcal{T}_f = \int_2^3 T ds = h_3 - h_{3is} = \frac{w_{3is}^2}{2} (1 - \psi^2)$$

Expression du travail mécanique \rightarrow Euler

$$\mathcal{T}_a = \mathcal{T}_{Euler} = U(v_{3t} - v_{2t})$$



$U = u_1 = u_2$ dans le cas d'une machine axiale

ANALYSE DES TRANSFORMATIONS D'ÉNERGIE

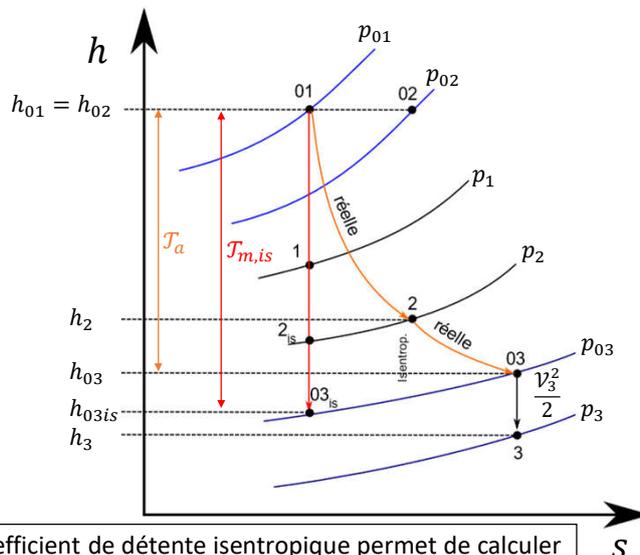
165

Lien avec le coefficient de détente isentropique ?

$$\eta_d = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{03is}} = \frac{\mathcal{T}_a}{\mathcal{T}_{m,is}}$$

D'où le lien avec le triangle des vitesses :

$$u(v_{3t} - v_{2t}) = \eta_d \mathcal{T}_{m,is}$$



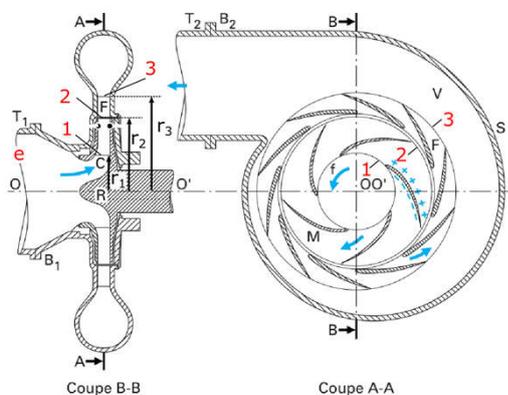
La connaissance de la détente isentropique et du coefficient de détente isentropique permet de calculer le travail sur l'arbre et la cinématique des vitesses grâce au théorème d'Euler. Ceci même en présence de frottements (dus uniquement à un ralentissement des vitesses dans les aubages)

PRÉSENTATION D'UN COMPRESSEUR CENTRIFUGE

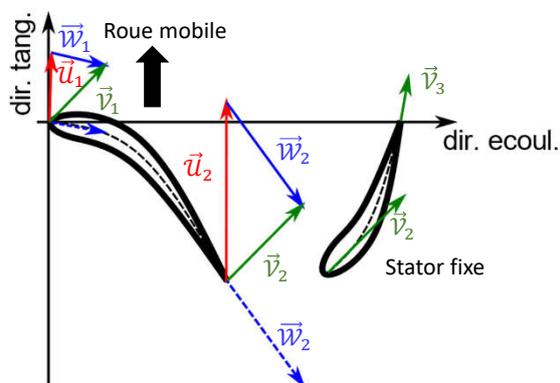
166

Eléments de base d'un compresseur centrifuge :

- e - 1 : convergent
- 1 - 2 : rotor
- 2 - 3 : stator
- 3 - sortie : volute



Cinématique dans un étage de compression

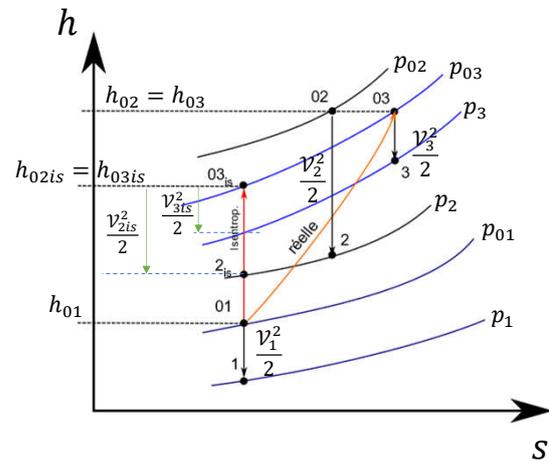
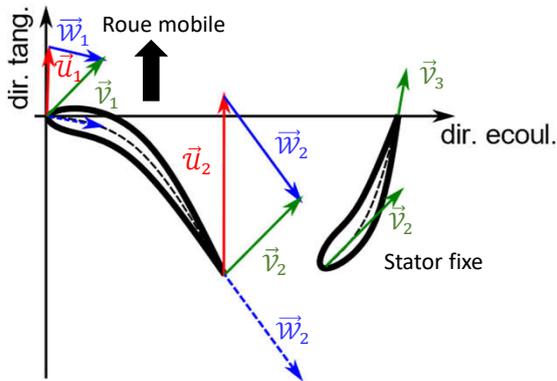


CINÉMATIQUE ET DIAGRAMME ENTHALPIQUE DU COMPRESSEUR

167

Il y a une augmentation de l'enthalpie totale dans le rotor $\rightarrow h_{02} - h_{01} = \mathcal{T}_a$

Le redresseur (stator) conserve l'enthalpie totale $\rightarrow h_{02} = h_{03}$



Le fluide est pressurisé et accéléré dans la roue avec un apport de travail moteur (déviation du fluide dans le repère tournant)
 Dans le redresseur le fluide est pressurisé et ralenti par simple déviation.

ANALYSE DES TRANSFORMATIONS D'ÉNERGIE

168

Lien avec le coefficient de compression isentropique ?

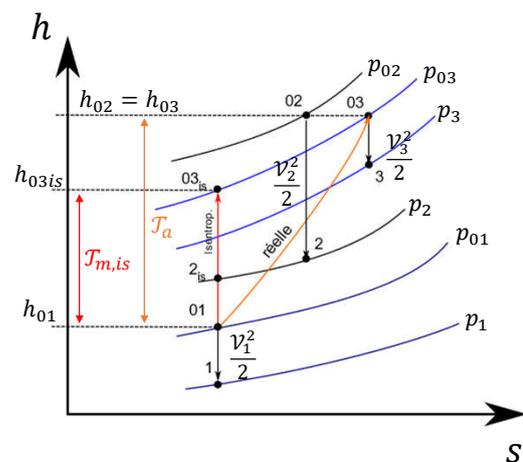
$$\eta_c = \frac{h_{01} - h_{03is}}{h_{01} - h_{03}} = \frac{\mathcal{T}_{m,is}}{\mathcal{T}_a}$$

Bernoulli généralisé compressible dans l'aubage d'un compresseur :

$$\mathcal{T}_a = \int_2^3 \frac{dp}{\rho} + \frac{1}{2} (v_3^2 - v_2^2) + \mathcal{T}_f = \mathcal{T}_m + \mathcal{T}_f > 0$$

Le lien avec le triangle des vitesses :

$$u_2 v_{2t} - u_1 v_{1t} = \mathcal{T}_a = \mathcal{T}_{m,is} / \eta_d$$



La connaissance de la compression isentropique et du coefficient de compression isentropique permet de calculer le travail sur l'arbre et la cinématique des vitesses grâce au théorème d'Euler. Ceci même en présence de frottements (dus uniquement à un ralentissement des vitesses dans les aubages)

